



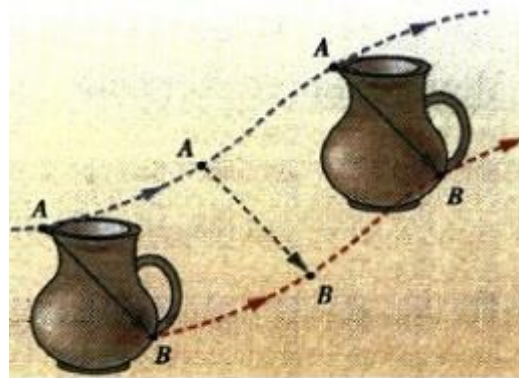
**Σχ. 4.1** Το κιβώτιο εκτελεί μεταφορική κίνηση. Όλα του τα σημεία έχουν την ίδια ταχύτητα.

#### 4-2 ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

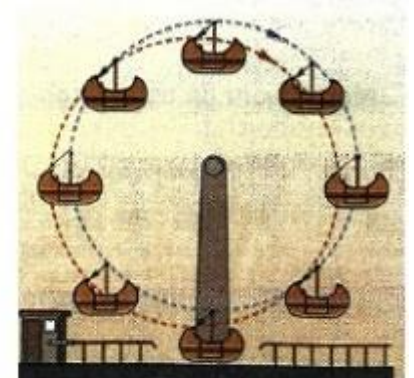
Ένα στερεό σώμα μπορεί να κάνει μεταφορική, στροφική και σύνθετη κίνηση.

Στη μεταφορική κίνηση κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα. Παράδειγμα τέτοιας κίνησης είναι η κίνηση ενός κιβωτίου που ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στη μεταφορική κίνηση των στερεών ισχύουν οι νόμοι που διέπουν την κίνηση των υλικών σημείων.

Μεταφορική μπορεί να είναι και μια καμπυλόγραμμη κίνηση. Το σώμα του σχήματος 4.2α κάνει μεταφορική κίνηση αν η ταχύτητα του σημείου A είναι ίση με την ταχύτητα του σημείου B. Αυτό είναι δυνατό. Όταν ένα στερεό κάνει μεταφορική κίνηση, το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του. Μεταφορική είναι και η κίνηση που εκτελούν οι θαλαμίσκοι στον τροχό του λούνα πάρκ (σχ.4.2β).



(α)



(β)

**Σχ. 4.2** (α) Η τροχιά κάθε σημείου είναι καμπύλη. Η κίνηση του σώματος είναι μεταφορική αφού το ευθύγραμμο τμήμα AB παραμένει διαρκώς παράλληλο προς τον εαυτό του. (β) Ο τροχός του λούνα πάρκ κάνει στροφική κίνηση. Ωστόσο κάθε θαλαμίσκος κάνει μεταφορική κίνηση

Στη στροφική κίνηση το σώμα αλλάζει προσανατολισμό. Στη στροφική κίνηση υπάρχει μια ευθεία - ο άξονας περιστροφής - που όλα της τα σημεία παραμένουν ακίνητα ενώ τα υπόλοιπα σημεία του σώματος κάνουν κυκλική κίνηση.

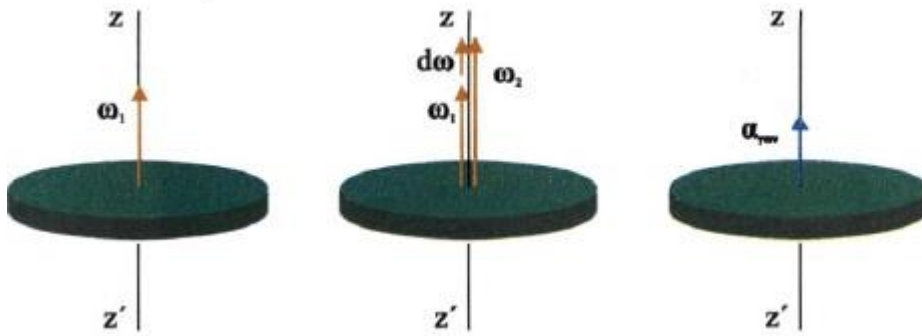
Κατάλληλο μέγεθος για να περιγράψει το πόσο γρήγορα περιστρέφεται ένα σώμα κάποια στιγμή, είναι η **γωνιακή ταχύτητα  $\omega$** . Η γωνιακή ταχύτητα είναι διάνυσμα πάνω στον άξονα περιστροφής.

Στο σώμα που στρέφεται, κάθε σημείο κινείται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και γραμμική ταχύτητα που υπολογίζεται από τη σχέση  $v = \omega r$ , όπου  $r$  η απόσταση του από τον άξονα περιστροφής.

Αν η γωνιακή ταχύτητα ενός σώματος που περιστρέφεται είναι σταθερή θα λέμε ότι κάνει **ομαλή στροφική κίνηση**.

Ας υποθέσουμε ότι ο δίσκος του σχήματος 4.3 τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  ενώ τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + dt$  η γωνιακή του ταχύτητα γίνεται  $\omega_2 = \omega_1 + d\omega$

**Σχ. 4.3** (α) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου αυξάνεται κατά  $d\omega$ . Ο δίσκος έχει γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_{\text{γων}}$ .



1. Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του σώματος τη στιγμή  $t$ , ονομάζεται γωνιακή επιτάχυνση του σώματος.

$$\mathbf{a}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$$

1. Η γωνιακή επιτάχυνση έχει την κατεύθυνση του διανύσματος  $d\omega$  και μονάδα  $1\text{rad/s}^2$

Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του λέμε ότι κάνει σύνθετη κίνηση. Τέτοια κίνηση κάνει π.χ. ο τροχός ενός αυτοκινήτου, όταν κινείται το αυτοκίνητο. Όπως συμβαίνει και με το υπόλοιπο αυτοκίνητο, ο τροχός αλλάζει θέση στο χώρο (μεταφορική κίνηση) και ταυτόχρονα περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του. Σύνθετη κίνηση είναι και η κίνηση που κάνει μια ρακέτα αν κρατώντας τη από τη λαβή την πετάξουμε ψηλά. Η σύνθετη κίνηση μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

Το σχήμα 4.4 δείχνει ένα τροχό που κυλιέται. Η κίνησή του μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής κίνησης, στην οποία όλα τα σημεία του τροχού, κάθε στιγμή, έχουν την ίδια ταχύτητα  $u_{cm}$  (σχ. 4.4α) και μιας στροφικής κίνησης, γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του τροχού και είναι κάθετος σ' αυτόν (σχ. 4.4β). Στη στροφική κίνηση όλα τα σημεία του τροχού που απέχουν το ίδιο από τον άξονα περιστροφής έχουν ταχύτητες με το ίδιο μέτρο  $u$ , εφαπτόμενες στην κυκλική τους τροχιά. Η ταχύτητα κάθε σημείου του τροχού είναι η συνισταμένη της ταχύτητας  $u_{cm}$ , λόγω μεταφορικής κίνησης και της  $u$  λόγω της στροφικής (σχ. 4.4γ).

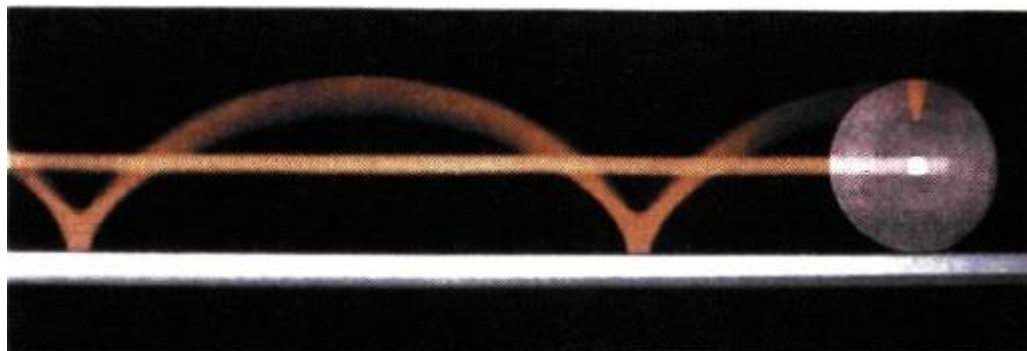
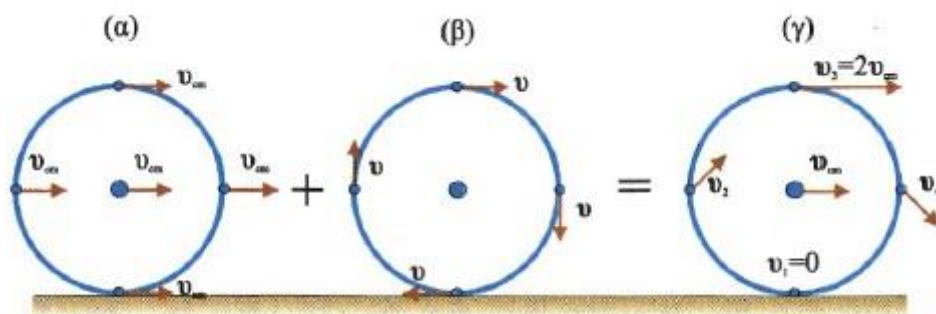
Όπως

**Σχ. 4.4** Η κύλιση του τροχού

(γ) είναι επαλληλία της μεταφορικής κίνησης (α) και της στροφικής κίνησης (β). Η ταχύτητα κάθε σημείου του τροχού είναι η συνισταμένη της ταχύτητας που έχει λόγω μεταφορικής κίνησης ( $u_{cm}$ ) και της ταχύτητας λόγω περιστροφής ( $u$ ).

γνωρίζουμε για την ταχύτητα  $u$  λόγω στροφικής κίνησης ισχύει  $u = \omega R$ . Θα δούμε παρακάτω ότι ισχύει και  $u_{cm} = \omega R$ , δηλαδή  $u = u_{cm}$

**Εικ. 4.1** Η τροχιά ενός μικρού λαμπτήρα που τοποθετήθηκε στην περιφέρεια κυλιόμενου τροχού. Το κέντρο του τροχού κινείται ευθύγραμμα.

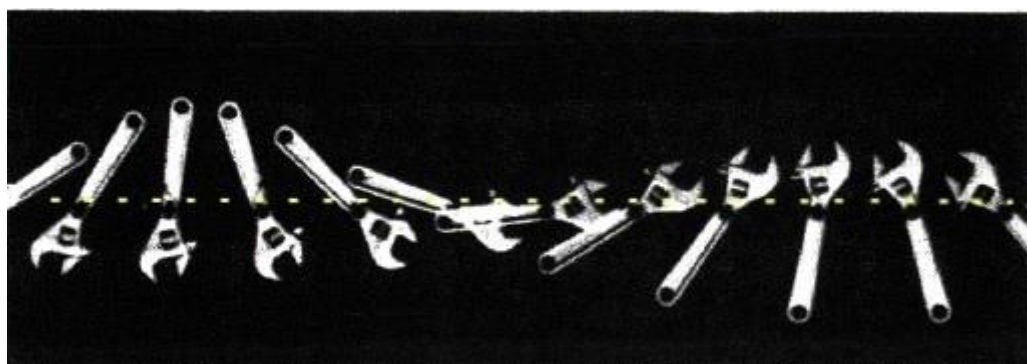


**Εικ. 4.2** Το κλειδί της φωτογραφίας κάνει σύνθετη κίνηση. Το κέντρο μάζας του όμως κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

#### Το κέντρο μάζας.

Μια έννοια που απλοποιεί τη μελέτη του στερεού σώματος είναι η έννοια του **κέντρου μάζας του σώματος**.

Στην εικόνα 4.2 φαίνεται η κίνηση ενός κλειδιού πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μετά από μία ώθηση που δέχτηκε. Η συνολική δύναμη που ασκείται στο κλειδί είναι μηδέν. Αν το κλειδί ήταν υλικό σημείο θα έκανε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Παρατηρήστε ότι υπάρχει ένα σημείο του που κάνει ακριβώς τέτοια κίνηση. Το σημείο αυτό είναι το κέντρο μάζας του κλειδιού.



1. **Κέντρο μάζας (cm)** ενός στερεού σώματος ονομάζεται το σημείο εκείνο που κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν σε αυτό ασκούνταν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Το κέντρο μάζας ομογενών και συμμετρικών σωμάτων συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας τους. Π.χ. το κέντρο μάζας ενός κύβου είναι το σημείο τομής των

διαγωνίων του, το κέντρο μάζας μιας σφαίρας είναι το κέντρο της σφαίρας.

Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.

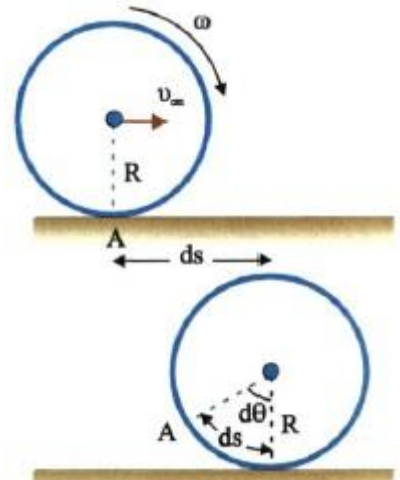
Τέτοια είναι η περίπτωση ισοπαχούς ομογενούς δακτυλίου, το κέντρο μάζας του

**Εικ. 4.3** Το κέντρο μάζας του δίσκου κινείται όπως ένα υλικό

οποίου βρίσκεται στο κέντρο του. Αν ένα σώμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές πεδίο βαρύτητας το κέντρο μάζας του συμπίπτει με το κέντρο βάρους, το σημείο δηλαδή από το οποίο περνάει πάντα το βάρος του σώματος, όπως και να τοποθετηθεί.



σημείο που βάλλεται πλάγια.



Σχ. 4.5 Όταν το κέντρο μάζας του τροχού μετακινηθεί κατά  $ds$ , κάθε σημείο στην περιφέρεια του στρέφεται κατά το ίδιο τόξο.

### Η κύλιση του τροχού

Ας επανέλθουμε στην κύλιση του τροχού (σχ. 4.5). Κατά την κύλιση κάθε σημείο του τροχού έρχεται διαδοχικά σε επαφή με το δρόμο. Έτσι, όταν ο τροχός σε χρόνο  $dt$  μετακινηθεί κατά  $ds$ , ένα σημείο  $A$  της περιφέρειας του θα έχει στραφεί κατά τόξο μήκους  $ds$ , στο οποίο αντιστοιχεί η επίκεντρη γωνία  $d\theta$ . Η ταχύτητα  $v_{cm}$  του κέντρου μάζας του τροχού είναι

$$v_{cm} = \frac{ds}{dt}$$

όμως  $d\theta = \frac{ds}{R}$  ή  $ds = R d\theta$

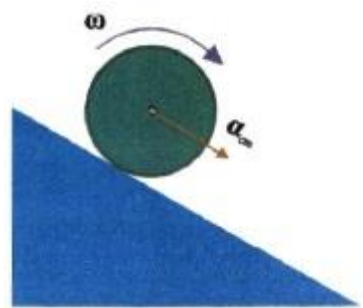
αντικαθιστώντας στην (4.1) έχουμε  $v_{cm} = R \frac{d\theta}{dt}$  και, επειδή  $\frac{d\theta}{dt} = \omega$  τελικά παίρνουμε

$$v_{cm} = \omega R$$

Έστω ένας τροχός που κυλιέται πάνω σε πλάγιο επίπεδο (σχ. 4.6). Η γωνιακή ταχύτητα του τροχού αυξάνεται, δηλαδή έχει γωνιακή επιτάχυνση. Το κέντρο μάζας του τροχού εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού κάποια στιγμή είναι  $v_{cm}$  θα ισχύει

$$v_{cm} = \omega R \text{ οπότε } \frac{dv_{cm}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R \text{ και τελικά}$$

$$a_{cm} = a_{γων} R$$



Σχ. 4.6 Στον τροχό που κυλάει

όπου  $a_{cm}$  η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και  $a_{γων}$  η γωνιακή επιτάχυνση περιστροφής του τροχού.