

Σχ. 4.7 Η ίδια δύναμη περιστρέφει την πόρτα πιο εύκολα όταν ασκείται μακριά από τον άξονα περιστροφής. Η F' που ο φορέας της διέρχεται από τον άξονα δε μπορεί να περιστρέψει το

A) Ροπή δύναμης ως προς άξονα

Έστω ένα σώμα που έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από τον άξονα $z'z$. Στο σώμα ασκείται δύναμη F που βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής.

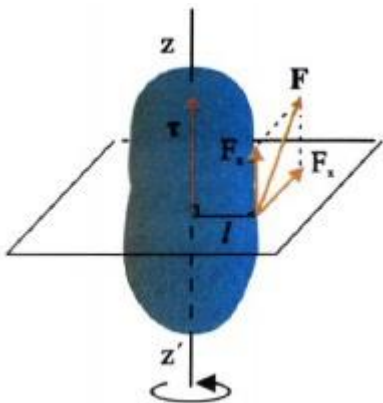
1. Ροπή της δύναμης F , ως προς τον άξονα περιστροφής ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί την κάθετη απόσταση l της δύναμης από τον άξονα περιστροφής (μοχλοβραχίονας).

$$\tau = Fl$$

σώμα.

Σχ. 4.8 Η φορά της ροπής της δύναμης F βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

1. Η ροπή έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και η φορά της δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Μονάδα ροπής είναι το 1 N m .



Σχ. 4.9 Η ροπή της δύναμης F έχει μέτρο Fx_l

Για να προσδιορίσουμε τη φορά της ροπής κλείνουμε τα δάχτυλα του δεξιού χεριού και τα τοποθετούμε έτσι ώστε να δείχνουν τη φορά κατά την οποία τείνει να περιστρέψει το σώμα η δύναμη. Ο αντίχειρας τότε δίνει τη φορά του διανύσματος της ροπής.

Αν η δύναμη F δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, η ροπή της είναι ίση με τη ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα της που βρίσκεται πάνω στο κάθετο επίπεδο (σχ. 4.9)

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε μόνο περιπτώσεις στις οποίες όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Σε τέτοια προβλήματα, για να περιγράψουμε την τάση μιας δύναμης να περιστρέψει ένα σώμα προς τη μια ή την άλλη φορά, χρησιμοποιούμε την αλγεβρική τιμή της ροπής. Κατά σύμβαση θεωρούμε θετική τη ροπή της δύναμης που τείνει να περιστρέψει το σώμα αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού και αρνητική τη ροπή της δύναμης που τείνει να το περιστρέψει κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού.

Στο σώμα του σχήματος 4.10 δρουν οι δυνάμεις F_1 και F_2 . Το σώμα έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Η συνολική ροπή που δέχεται το σώμα είναι

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 l_1 + F_2 l_2$$

Β) Ροπή δύναμης ως προς σημείο

Αν σ' ένα ελεύθερο σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα δεν περιστρέφεται (θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση). Αν όμως ο φορέας της δύναμης δε διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα μαζί με τη μεταφορική κίνηση θα εκτελέσει και περιστροφική γύρω από ένα νοητό άξονα (ελεύθερος άξονας) που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζεται από τη δύναμη και το κέντρο μάζας του σώματος. Μπορείτε να διαπιστώσετε τα παραπάνω με ένα μολύβι που βρίσκεται πάνω σε ένα τραπέζι. Ωθώντας το μολύβι στο κέντρο μάζας του, το μολύβι κάνει μόνο μεταφορική κίνηση. Αν όμως ασκήσετε δύναμη στη μια του άκρη (ο φορέας της δεν πρέπει να διέρχεται από το κέντρο μάζας του) τότε το μολύβι στρέφεται γύρω από έναν νοητό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και ταυτόχρονα μετακινείται. Η μεταφορική κίνηση μπορεί να μην είναι εμφανής αν η τριβή ανάμεσα στο μολύβι και το τραπέζι είναι σημαντική.

Στις περιπτώσεις που δεν υπάρχει σταθερός άξονας περιστροφής χρησιμοποιείται η έννοια της ροπής της δύναμης ως προς σημείο.

1. Ροπή δύναμης F ως προς σημείο O ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί την απόσταση της από το σημείο O

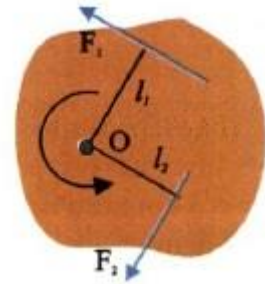
$$\tau = F l$$

1. Διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τη δύναμη και το σημείο O και φορά που δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

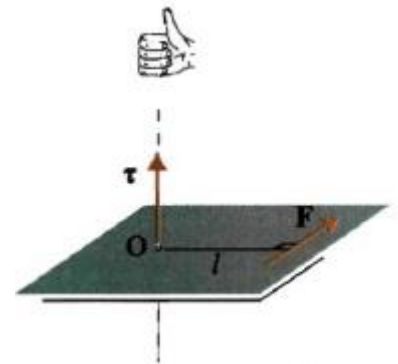
Αξιοσημείωτη είναι η περίπτωση που σε ένα σώμα δρουν δύο αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 με ίσα μέτρα. Δυο τέτοιες δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων. Αν η απόσταση των φορέων των δυο δυνάμεων είναι d , η αλγεβρική τιμή της ροπής του ζεύγους ως προς κάποιο σημείο A (σχ. 4.12) που απέχει απόσταση x_1 από τη δύναμη F_1 και x_2 από την F_2 , είναι

$$\tau = F_1 x_1 + F_2 x_2 = F (x_1 + x_2) = F_1 d$$

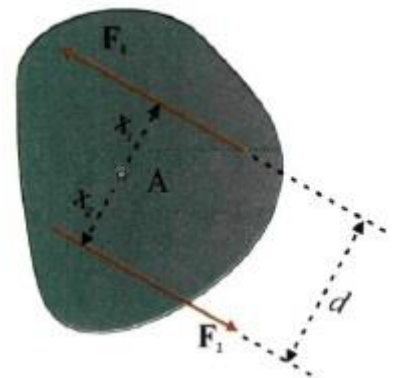
επομένως



Σχ. 4.10 Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2 . Η φορά περιστροφής του σώματος καθορίζεται από το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών.



Σχ. 4.11 Προσδιορισμός της φοράς της ροπής δύναμης ως προς σημείο με τον κανόνα του δεξιού χεριού..



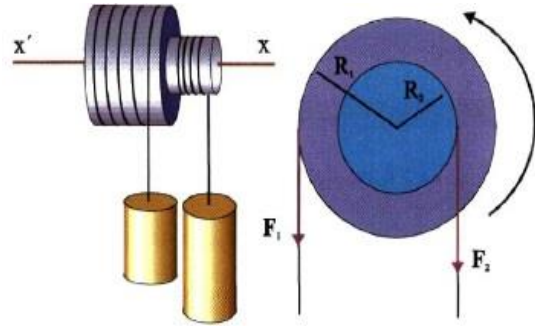
Σχ 4.12 Οι δυνάμεις F_1 και F_2 αποτελούν ζεύγος. Η ροπή τους είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

$$\tau = F_1 d$$

Το ίδιο αποτέλεσμα θα είχαμε και ως προς οποιοδήποτε άλλο σημείο. Επομένως, η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-1

Το στερεό του σχήματος 4.13 αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους, με ακτίνες $R_1=4$ cm και $R_2=3$ cm, που στέφονται γύρω από σταθερό άξονα $x'x$. Ο άξονας $x'x$ συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξ αιτίας των βαρών που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, τα σκοινιά ασκούν στους κυλίνδρους δυνάμεις $F_1=6$ N και $F_2=10$ N. Να υπολογίσετε την ολική ροπή που δέχεται το στερεό.



Σχ.4.13

Απάντηση:

Η δύναμη F_1 τείνει να στρέψει το στερεό κατά τη θετική φορά και δημιουργεί θετική ροπή $\tau_1 = F_1 R_1$

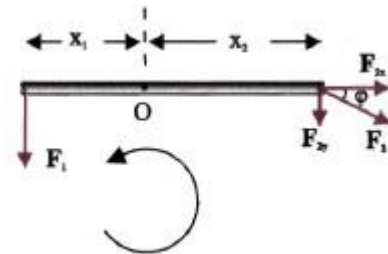
Η δύναμη F_2 τείνει να το στρέψει κατά την αρνητική φορά και δημιουργεί ροπή $\tau_2 = - F_2 R_2$

Η συνολική ροπή που δέχεται το στερεό είναι $\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 R_1 - F_2 R_2 = -0,06$ Nm

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το στερεό θα στραφεί όπως στρέφονται οι δείκτες του ρολογιού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-2

Η αβαρής ράβδος του σχήματος 4.14 μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο O και είναι κάθετος σε αυτή. Το O απέχει από τα άκρα της ράβδου $x_1=5$ cm και $x_2=8$ cm. Στα άκρα της ράβδου ασκούνται οι δυνάμεις $F_1=50$ N και $F_2=40$ N. Η δύναμη F_2 σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με τη ράβδο. Πόση είναι η ολική ροπή που δέχεται η ράβδος;



Σχ.4.14

Απάντηση :

Η ροπή της F_1 είναι θετική γιατί η δύναμη τείνει να στρέψει τη ράβδο κατά τη θετική φορά. Είναι

$$\tau_1 = F_1 x_1 = 2,5 \text{ N}$$

Για να υπολογίσουμε τη ροπή της F_2 την αναλύουμε στις συνιστώσες F_{2x} και F_{2y} με μέτρα $F_{2x} = F_2 \sin 30^\circ$ και $F_{2y} = F_2 \cos 30^\circ$. Η ροπή της F_{2x} είναι μηδέν διότι ο φορέας της διέρχεται από τον άξονα (η απόσταση της F_{2x} από τον άξονα είναι μηδέν), ενώ η ροπή της F_{2y} είναι αρνητική και ίση με

$$\tau_2 = - F_2 \cos 30^\circ x_2 = -1,6 \text{ Nm}$$

Η συνολική ροπή που δέχεται η ράβδος είναι

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 0,9 \text{ Nm}$$

Η συνολική ροπή είναι θετική, επομένως η ράβδος θα στραφεί αντίθετα με τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού