ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

21^{Η} ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Σάββατο, 21 Απριλίου 2007 Ώρα: 10:00 – 13:00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1^{0}

α) Οι δύο Δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα, ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά. (Είναι ζεύγος δυνάμεων δράσης-αντίδρασης).**(3 μονάδες)**

Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από τον 3^{0} νόμο του Νεύτωνα (νόμος δράσης –αντίδρασης). Στην περίπτωσή μας θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν δράση η δύναμη που ασκεί ο γίγαντας στο νάνο και σαν αντίδραση η δύναμη που ασκεί ο νάνος στον γίγαντα.**(2 μονάδες)**

β) Η επιτάχυνση που αποκτά ο νάνος με την μικρότερη μάζα θα είναι μεγαλύτερη από την επιτάχυνση που αποκτά ο γίγαντας που έχει μεγαλύτερη από αυτόν μάζα.**(2 μονάδες)**

Με βάση τον 2^{0} νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση α είναι ανάλογη της δύναμης που ασκείται σε σώμα μάζας m και αντίστροφα ανάλογη της μάζας m. Η σχέση που μας δίνει την επιτάχυνση α είναι :

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η επιτάχυνση $α_1$ που θα αποκτήσει ο γίγαντας θα έχει μέτρο $a_1 = \dfrac{F}{m_1}$ και η επιτάχυνση που αποκτά ο νάνος θα έχει μέτρο $a_2 = \dfrac{F}{m_2}$.

Όπου: m_1 = μάζα γίγαντα, και m_2= μάζα νάνου

Επειδή η μάζα $m_1 > m_2$ τότε το μέτρο της επιτάχυνσης $α_1$ θα είναι μικρότερο από το μέτρο της επιτάχυνσης $α_2$. **(3 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 2^{0}

α) Για να ανασηκώσουμε το σκυλάκι στη Σελήνη θα χρειαστεί να ασκήσουμε μικρότερη Δύναμη από ότι θα χρειαστεί να ασκήσουμε στη Γη κάνοντας ακριβώς το ίδιο.**(2 μονάδες)**
Αυτό συμβαίνει αφού η ένταση του Βαρυτικού πεδίου της Σελήνης είναι μικρότερη από την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης.
Έτσι το σκυλάκι στη Σελήνη θα έχει βάρος Β μικρότερο από το βάρος που θα έχει στη Γη. Άρα και η δύναμη που θα ασκήσουμε πάνω του στη Σελήνη για να υπερνικήσουμε το βάρος Β θα είναι μικρότερη από αυτή που θα ασκήσουμε στη Γη για να πετύχουμε το ίδιο.

$B_{ΓΗΣ} = m.g_{ΓΗΣ}$ και $B_{ΣΕΛΗΝΗΣ} = m.g_{ΣΕΛΗΝΗΣ} \rightarrow B_{ΓΗΣ} > B_{ΣΕΛΗΝΗΣ}$ αφού $g_{ΓΗΣ} > g_{ΣΕΛΗΝΗΣ}$ **(2 μονάδες)**

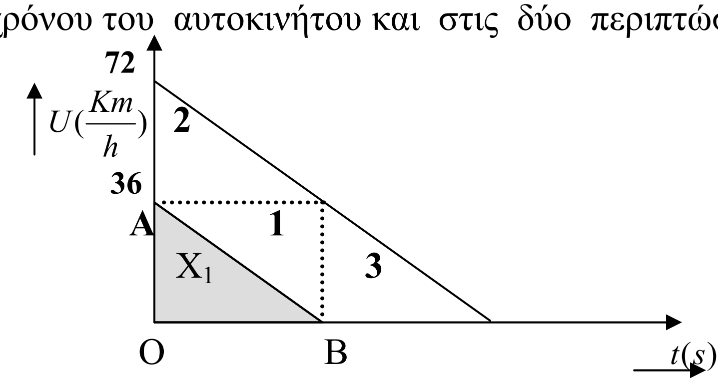
β) Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σκυλάκι και στις δύο περιπτώσεις είναι ακριβώς η ίδια.**(3 μονάδες)**
Αυτό προκύπτει από το 2^{0} νόμο του Νεύτωνα αφού:

$$\alpha = \frac{F}{m}$$

Επειδή η δύναμη F που ασκούμε στο σκυλάκι τόσο στη Γη όσο και στη Σελήνη είναι ακριβώς η ίδια , ενώ η μάζα του σκύλου παραμένει αμετάβλητη, τότε συμπεραίνουμε ότι ο λόγος $\frac{F}{m}$ που μας δίνει την επιτάχυνση παραμένει ο ίδιος και στις δύο περιπτώσεις.**(3 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 3^{0}

1^{0ς} ΤΡΟΠΟΣ-Με τη βοήθεια γραφικής παράστασης.
Οι γραφική παράσταση της μεταβολής της ταχύτητας σαν συνάρτηση του χρόνου του αυτοκινήτου και στις δύο περιπτώσεις φαίνεται πιο κάτω.



Είναι γνωστό ότι το Εμβαδόν του τριγώνου που περικλείεται από την ευθεία της πιο πάνω γραφικής παράστασης και τους δύο ορθογώνιους άξονες μας δίνει την απόσταση Χ που κάλυψε το σώμα κινούμενο.

Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΒ είναι η απόσταση X_1 που κάλυψε το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει στην περίπτωση που κινείτο με αρχική ταχύτητα $U_1 = 36\frac{Km}{h}$. Η απόσταση αυτή είναι ίση με 10m.
Τα τρίγωνα 1,2 και 3 είναι ίσα με το τρίγωνο ΑΟΒ οπότε η απόσταση που κάλυψε το αυτοκίνητο όταν κινείτο με αρχική ταχύτητα μέτρου $U_2 = 72\frac{Km}{h}$ είναι ίση με $4X_1$.

$X_{ολικό} = 4X_1 = 4.10m = 40m$

Έτσι η συνολική απόσταση που θα καλύψει το αυτοκίνητο στην δεύτερη περίπτωση θα είναι 40m και θα πατήσει το γατάκι που βρίσκεται 32m μακριά από το αυτοκίνητο, τη στιγμή που ο οδηγός πατά τα φρένα. **(10 μονάδες)**

<u>2ος ΤΡΟΠΟΣ- Μαθηματική απόδειξη</u>.

Χρησιμοποιούμε τη έκφραση που μας δίνει την απόσταση Χ που καλύπτει σώμα που επιβραδύνεται ομαλά και την έκφραση που μας δίνει την τελική ταχύτητα σώματος που επιβραδύνεται ομαλά.

$X = u_0.t - \frac{1}{2}\alpha.t^2$ (σχέση 1) και $u = u_0 - \alpha.t$ (σχέση 2) **(2 μονάδες)**

Λύνουμε τη σχέση 2 ως προς t

$u_{ΤΕΛΙΚΟ} = 0 \rightarrow 0 = u_0 - \alpha.t \rightarrow t = \frac{u_0}{\alpha}$ (σχέση 3)

Αντικαθιστούμε τον χρόνο όπως αυτός προέκυψε από την εξίσωση 3 (σχέση 3) στην εξίσωση 1 (σχέση 1).

$X_{max} = u_0(\frac{u_0}{\alpha}) - \frac{1}{2}\alpha(\frac{u_0}{\alpha})^2 = \frac{u_0^2}{\alpha} - \frac{1}{2}\frac{u_0^2}{\alpha} \rightarrow X_{max} = \frac{1}{2}\frac{u_0^2}{\alpha}$ (σχέση 4)**(4 μονάδες)**

Η απόσταση αυτή καλύπτεται από το αυτοκίνητο που κινείται με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_1 = 36\frac{Km}{h}$ από τη στιγμή που πατήσει φρένο μέχρι τη στιγμή που ακινητοποιείται.
Έστω ότι η απόσταση που καλύπτει το αυτοκίνητο όταν κινείται με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_2 = 72\frac{Km}{h}$ είναι X'_{max}.

$X'_{max} = \frac{1}{2}\frac{(2u_0)^2}{\alpha} = 2\frac{u_0^2}{\alpha}$ (σχέση 5) **(2 μονάδες)**

Από τις σχέσεις 4 και 5 $\rightarrow X'_{\max} = 4X_{\max} = 4.10m \rightarrow X'_{\max} = 40m$

Έτσι η συνολική απόσταση που θα καλύψει το αυτοκίνητο στην δεύτερη περίπτωση θα είναι 40m και θα πατήσει το γατάκι που βρίσκεται 32m μακριά από το αυτοκίνητο, τη στιγμή που ο οδηγός πατά τα φρένα.**(2 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 4^0

α) (i) **Χρονικό διάστημα από :** $0s-5s$

Κίνηση Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη με ταχύτητα Θετική και επιτάχυνση αρνητική (η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη φορά, δεν είναι ομόσημες). **(1 μονάδα)**

(ii) **Χρονικό Διάστημα από**: $5s-10s$

Κίνηση Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη με ταχύτητα και επιτάχυνση να έχουν το ίδιο πρόσημο, να είναι Αρνητικές.**(1 μονάδα)**

(iii) **Χρονικό Διάστημα από**: $10s-20s$

Κίνηση Ευθύγραμμη Ομαλή με αρνητική ταχύτητα μέτρου $u = 20\frac{m}{s}$ **(1μ)**

Επιτάχυνση στο χρονικό Διάστημα από: $0s-5s$

Αν η επιτάχυνση στο πιο πάνω χρονικό Διάστημα συμβολιστεί σαν α_1 τότε μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta u}{\Delta t} \rightarrow \alpha_1 = \frac{u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - u_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}}}{t_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - t_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}}} \rightarrow \alpha_1 = \frac{0\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}}{5s} = -4\frac{m}{s^2}$$ **(1 μονάδα)**

Επιτάχυνση στο χρονικό Διάστημα από : $5s-10s$

Αν η επιτάχυνση στο πιο πάνω χρονικό διάστημα συμβολιστεί σαν a_2 τότε μπορεί να υπολογιστεί όπως και πιο πριν με την βοήθεια δηλαδή της ίδιας σχέσης.

$$\alpha_2 = \frac{\Delta u}{\Delta t} \rightarrow \alpha_2 = \frac{u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - u_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}}}{t_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - t_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}}} \rightarrow \alpha_2 = \frac{-20\frac{m}{s} - o\frac{m}{s}}{10s-5s} = -4\frac{m}{s^2}$$ **(1 μονάδα)**

Επιτάχυνση στο χρονικό Διάστημα από: $10s-20s$

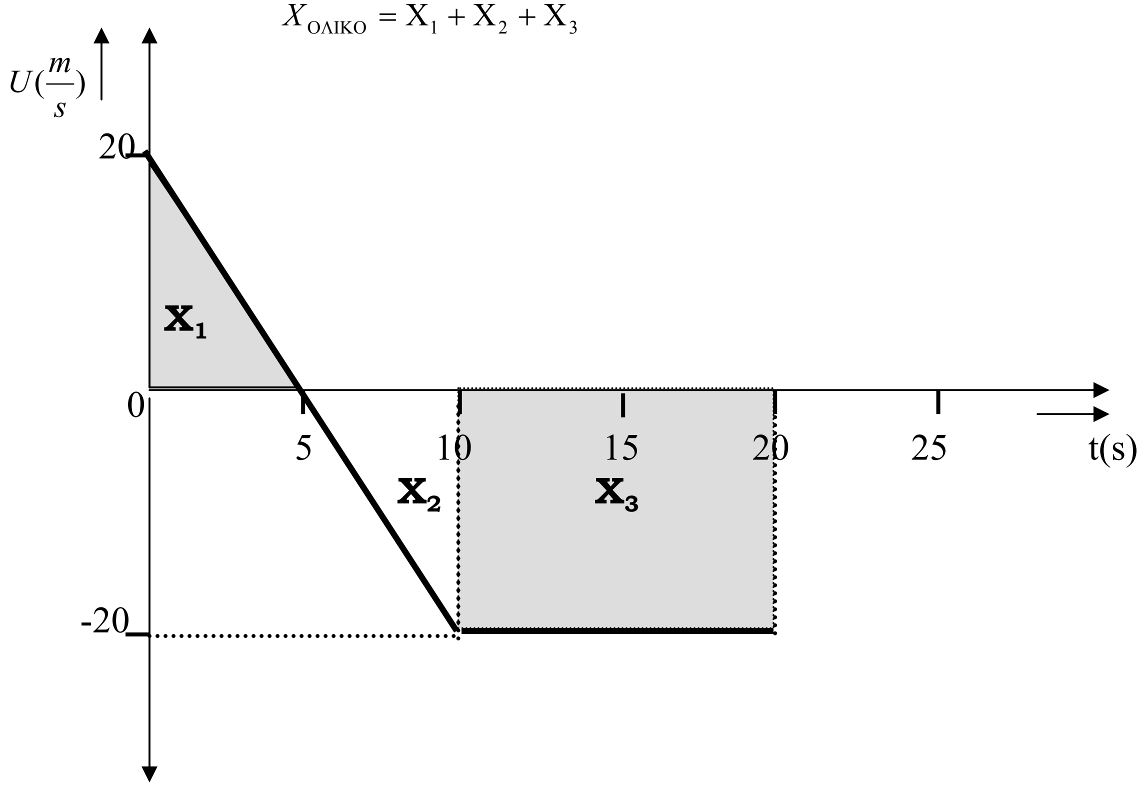
Αν η επιτάχυνση στο πιο πάνω χρονικό Διάστημα συμβολιστεί σαν α_3 τότε μπορεί να υπολογιστεί και πάλιν από την ίδια σχέση.

$$\alpha_3 = \frac{\Delta u}{\Delta t} \rightarrow \alpha_3 = \frac{u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - u_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}}}{t_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - t_{\textit{ΑΡΧΙΚΟ}}} \rightarrow \alpha_3 = \frac{-20\frac{m}{s} - (-20\frac{m}{s})}{10s} = 0\frac{m}{s^2}$$ **(1 μονάδα)**

β) Συμβολίζουμε το Διάστημα που κάλυψε το σώμα από το 0s-5s της κίνησής του σαν X_1, συμβολίζουμε το Διάστημα που κάλυψε το ίδιο σώμα κινούμενο από το 5s-10s της κίνησής του σαν X_2, και σαν X_3

συμβολίζουμε το Διάστημα που κάλυψε το ίδιο σώμα κινούμενο από το 10s-20s. Τότε αν κάνουμε τις πιο πάνω παραδοχές το Συνολικό Διάστημα που κάλυψε το σώμα μας είναι:

$$X_{ΟΛΙΚΟ} = X_1 + X_2 + X_3$$



$X_1 = \frac{20.5}{2} = 50m$, $X_2 = \frac{20.5}{2} = 50m$ και $X_3 = 20.10 = 200m$

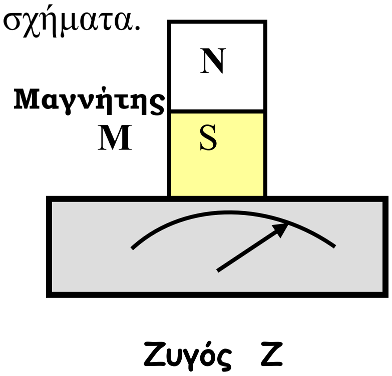
$\rightarrow X_{ΟΛΙΚΟ} = X_1 + X_2 + X_3 = 50m + 50m + 200m \rightarrow X_{ΟΛΙΚΟ} = 300m$ **(4 μονάδες)**

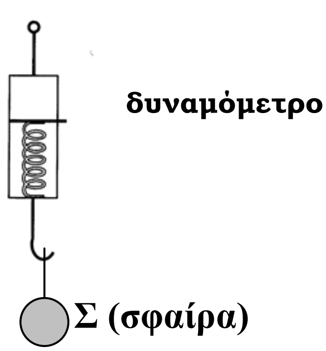
γ) Η Συνολική μετατόπιση ΔΧ του σώματος κινούμενο από τα 0s-20s βρίσκεται από τη σχέση:

$\Delta X = X_1 - X_2 - X_3 \rightarrow \Delta X = 50m - 50m - 200m = -200m$ **(4 μονάδες)**

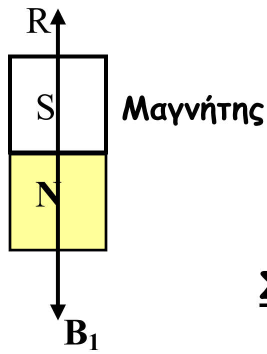
<u>ΘΕΜΑ 5^0</u>

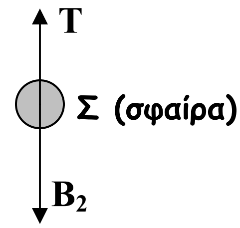
Ο μαγνήτης Μ Βρίσκεται πάνω στην ζυγαριά ακριβείας, ενώ η σφαίρα είναι ανηρτημένη από το δυναμόμετρο, κάτι που παραστατικά φαίνεται στα σχήματα.





α) Οι Δυνάμεις που ακούονται στον μαγνήτη Μ και στη σφαίρα Σ φαίνονται στο σχήμα 1 που ακολουθεί





Σχήμα 1

Στον μαγνήτη ασκείται το Βάρος B_1 και η αντίδραση R, ενώ στη μεταλλική σφαίρα ασκείται το Βάρος της B_2 και η Τάση Τ του νήματος. **(2 μονάδες)**

Επειδή ο Μαγνήτης Μ και η σφαίρα Σ ισορροπούν τότε:

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_{\text{ΜΑΓΝΗΤΗ}} = 0$ και $\Sigma F_{\text{ΣΦΑΙΡΑΣ}} = 0$ (σχέσεις 1)

$\Sigma F_{\text{ΜΑΓΝΗΤΗ}} = 0 \rightarrow R - B_1 = 0 \rightarrow R = B_1$ και $\Sigma F_{\text{ΣΦΑΙΡΑΣ}} = 0 \rightarrow \mathrm{T} - \mathrm{B}_2 = 0$ (σχέσεις 2)

Από τις σχέσεις 2 προκύπτει ότι:

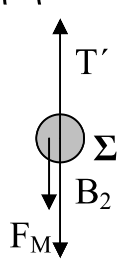
$R = B_1 = m_1.g \rightarrow R = B_1 = 0.5.10 = 5N$

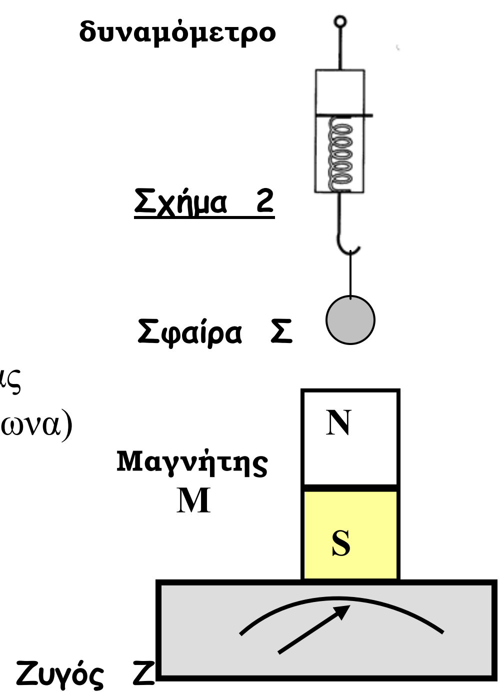
$T = B_2 = m_2.g = 0.4.10 = 4N$ **(4 μονάδες)**

β) Δυνάμεις πεδίου: B_1 και B_2

Δυνάμεις Επαφής : T, R **(2 μονάδες)**

γ) Σχεδιάζουμε τις Δυνάμεις που ασκούνται πάνω στη σφαίρα Σ και στο μαγνήτη Μ του σχήματος 2.



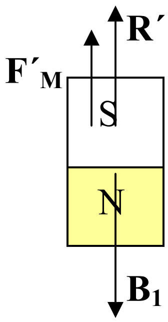


Σχήμα 2

Επειδή η σφαίρα Σ ισορροπεί

τότε $\Sigma F = 0 \rightarrow T' = B_2 + F_M$ (Συνθήκη Ισορροπίας Α΄ Νόμος του Νεύτωνα)

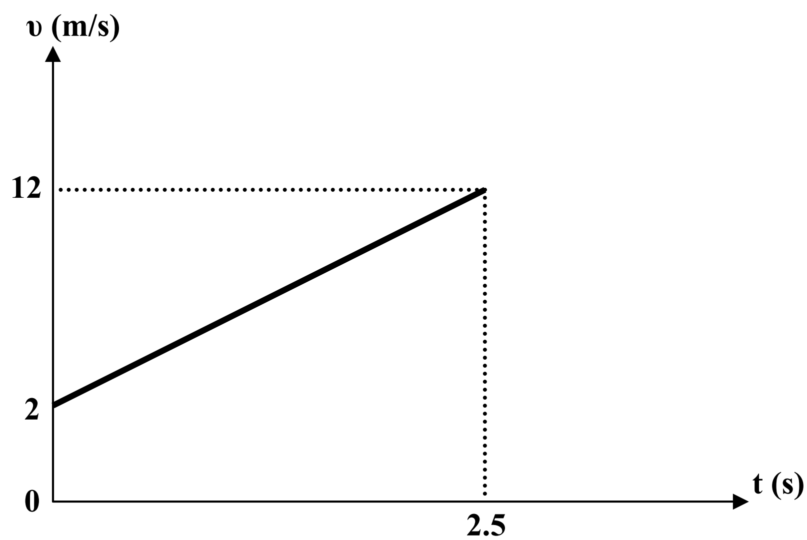
$\mathrm{T}' = 4 + 1 = 5N$



Επειδή ο Μαγνήτης είναι ακίνητος (ισορροπεί) τότε ισχύει από τον Α΄ Νόμο του Νεύτωνα η συνθήκη ισορροπίας
$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F = F'_{M} + R' - B_1 = 0 \rightarrow R' = B_1 - F'_{M}$
Από την πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι
$R' = 5 - 1 = 4\mathrm{N}$ **(4 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 6^{0}

α) Η γραφική παράσταση της ταχύτητας ως συνάρτηση του χρόνου $u = f(t)$ φαίνεται πιο κάτω.



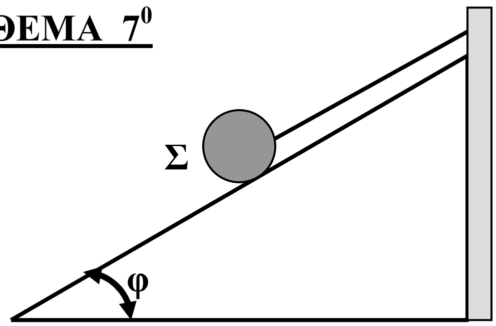
(6 μονάδες)

β) Δu = $u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} - u_{\text{ΑΡΧΙΚΟ}} = 12 - 2 = 10\dfrac{m}{s}$ (από τη γραφική παράσταση)

ή από τη σχέση $\Delta u = a.\Delta t = 4.2,5 = 10\dfrac{m}{s}$ **(4 μονάδες)**

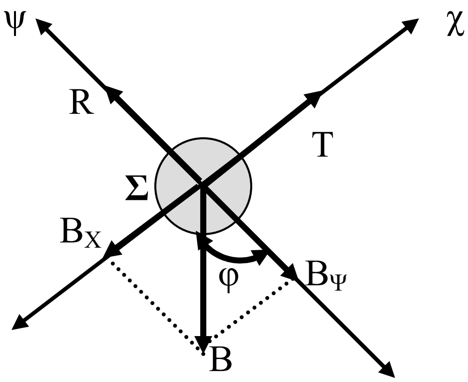
(γ) Η δύναμη F_1 έχει μέτρο $F_1 = m.a = 0,5.4 = 2N$
Η δύναμη F_2 έχει το ίδιο μέτρο με την F_1 αλλά οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Επομένως η συνιστάμενη δύναμη είναι μηδέν. Ως αποτέλεσμα, με βάση τον πρώτο και δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, το αυτοκίνητο θα κινείται με την ταχύτητα που απόκτησε στο τέλος των 2.5s, δηλαδή θα κινείται με ταχύτητα $u = 12\dfrac{m}{s}$,χωρίς καμιά μεταβολή στην ταχύτητα. Η κίνηση χαρακτηρίζεται ως ευθύγραμμη ομαλή.**(4 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 7⁰



Σχήμα 1

α) Με τη βοήθεια του σχήματος 2 υπολογίζουμε τη μέγιστη γωνία που μπορεί να σχηματίσει το κεκλιμένο επίπεδο με το οριζόντιο επίπεδο έτσι που το νήμα να αντέχει σε μέγιστη Τάση ίση με 4N



Σχήμα 2

Αφού το Σ ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο τότε από τον Α΄ Νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_X = 0$ και $\Sigma F_\Psi = 0$ (σχέσεις 1)

Από τις σχέσεις 1 και το σχήμα 2 $\rightarrow \mathrm{T} - \mathrm{B}_X = 0 \rightarrow \mathrm{T} = \mathrm{B}_X$

$\mathrm{B}_\Psi - R = 0$ (σχέσεις 2)

Από τις σχέσεις 2 προκύπτει ότι:

$T = m.g.\eta\mu\phi \rightarrow \eta\mu\phi_{max} = \frac{T_{max}}{B} = \frac{4}{5} \rightarrow \eta\mu\phi_{max} = \frac{4}{5} \rightarrow \phi_{max} = 53^0$ **(6 μονάδες)**

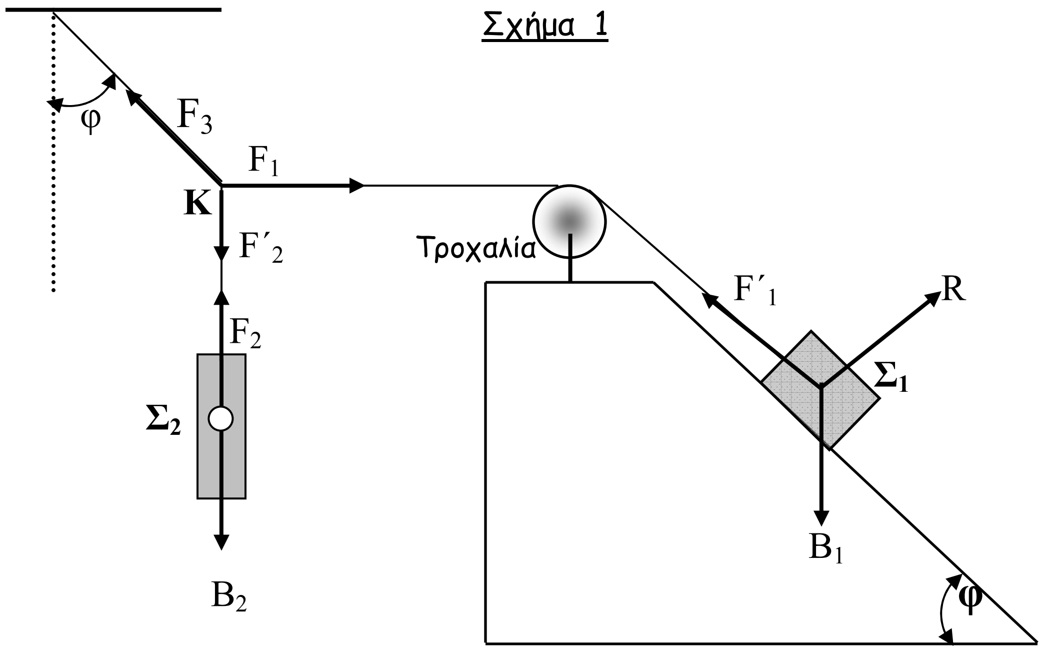
β) Η αντίδραση του κεκλιμένου επιπέδου βρίσκεται με τη βοήθεια των σχέσεων 2.Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι:

$B_\Psi - R = 0 \rightarrow R = m.g.\sigma\upsilon\nu 53^0 \rightarrow R = 0.5.10.0.6 = 3N$ **(4 μονάδες)**

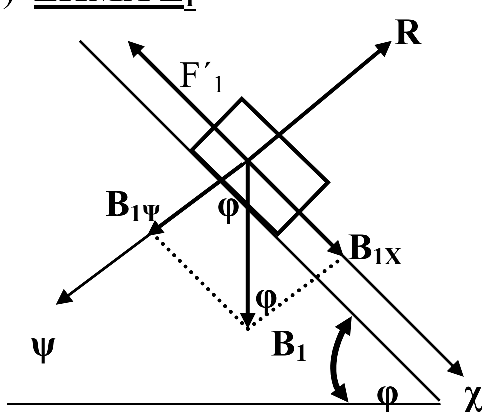
ΘΕΜΑ 8^{0}

α) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ καθώς και στον κόμβο Κ.
Οι δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα 1 που ακολουθεί. **(4 μονάδες)**

Σχήμα 1



β) **ΣΩΜΑ $Σ_1$**



Σχήμα 2

Από το σχήμα 2 προκύπτουν τα ακόλουθα:
Επειδή το $Σ_1$ ισορροπεί τότε από τον Α΄ Νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_X = 0 \quad \text{(σχέσεις 1)}$$
$$\Sigma F_\Psi = 0$$
$$\Sigma F_X = 0 \rightarrow F'_1 = B_{1X} = 24N$$

Ακόμη από το σχήμα 2 και τις σχέσεις 1 προκύπτει ότι:

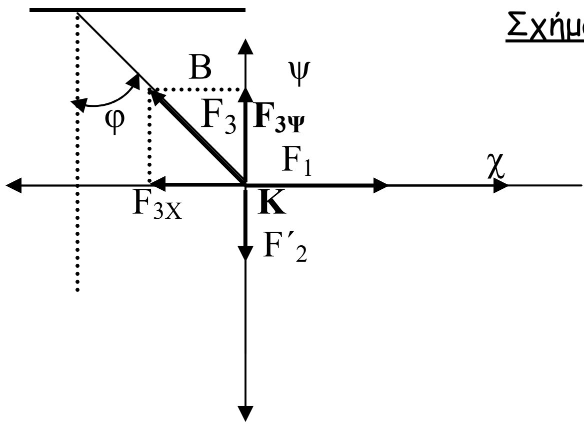
$$\eta\mu\phi = \frac{B_{1X}}{B_1} \rightarrow B_1 = \frac{B_{1X}}{\eta\mu\phi} = \frac{24}{0.6} \rightarrow B_1 = 40N$$

Από το ίδιο σχήμα προκύπτει επίσης ότι:

$$R = B_{1\Psi} \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{B_{1\Psi}}{B_1} \rightarrow B_{1\Psi} = B_1.\sigma\upsilon\nu\phi = 40.0.8 \rightarrow B_{1\Psi} = 32N$$

$R = B_{1\Psi} = 32N$ **(3 μονάδες)**

ΚΟΜΒΟΣ Κ



Σχήμα 3

Αφού ο κόμβος Κ ισορροπεί τότε:

$\Sigma F = 0 \rightarrow \Sigma F_X = 0$ και $\Sigma F_\Psi = 0$ (σχέσεις 2)

$\Sigma F_X = 0 \rightarrow F_{3X} - F_1 = 0 \rightarrow F_{3X} = F_1 = 24N$

Από το σχήμα 3 και τις σχέσεις 2 προκύπτουν τα ακόλουθα:

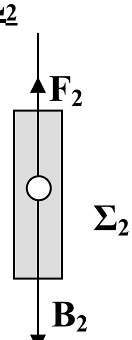
$\Sigma F_\Psi = 0 \rightarrow F_{3\Psi} - F'_2 = 0 \rightarrow F_{3\Psi} = F'_2$

$$\eta\mu\phi = \frac{F_{3X}}{F_3} \rightarrow F_3 = \frac{F_{3X}}{\eta\mu\phi} = \frac{24}{0.6} \rightarrow F_3 = 40N$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{F_{3\Psi}}{F_3} \rightarrow F_{3\Psi} = F_3.\sigma\upsilon\nu\phi = 40.0.8 \rightarrow F_{3\Psi} = 32\text{N}$$

$F'_2 = F_{3\Psi} = 32\text{N}$ **(3 μονάδες)**

ΣΩΜΑ Σ_2



Σχήμα 4

Επειδή το σώμα Σ_2 ισορροπεί τότε από τον Α΄ νόμο του Νεύτωνα και με Βάση το σχήμα 4 ισχύει:

$\Sigma F = 0 \rightarrow B_2 - F_2 = 0 \rightarrow B_2 = F_2$

$F_2 = F'_2$ (δράση-αντίδραση) $\rightarrow F_2 = 32N$

$B_2 = F_2 = F'_2 = 32\text{N}$ **(2 μονάδες)**

γ) Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα το σώμα $Σ_1$ θα κινείται σε λεία κεκλιμένη επιφάνεια κάτω από την επίδραση σταθερής δύναμης, της δύναμης B_{1X}. Κατά τον άξονα ψ η Συνισταμένη των Δυνάμεων είναι ίση με μηδέν.
Με βάση τον Β΄ Νόμο του Νεύτωνα το σώμα θα κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κάνοντας ευθύγραμμη Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, έχοντας δηλαδή σταθερή επιτάχυνση. **(3 μονάδες)**
δ) Με βάση το Β΄ Νόμο του Νεύτωνα
$\Sigma F = B_X = m.a \rightarrow B_1.\eta\mu\phi = m_1.a \rightarrow m_1.g.\eta\mu\phi = m_1.a \rightarrow g.\eta\mu\phi = a$

$a = 10.0.6 = 6\frac{m}{s^2}$ **(2 μονάδες)**

Η απόσταση Χ που θα καλύψει το $Σ_1$ βρίσκεται από τη σχέση:
$X = \frac{1}{2}.a.t^2 = \frac{1}{2}.6.3^2 \rightarrow X = 27m$ Άρα η απόσταση που θα καλύψει το $Σ_1$ κινούμενο για 3s στο κεκλιμένο επίπεδο είναι 27m.**(3 μονάδες)**