

4-4 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Ας δούμε με ποιες προϋποθέσεις ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό στο οποίο ασκούνται δυνάμεις.

Αν το στερεό έχει σταθερό άξονα μπορεί να κάνει μόνο στροφική κίνηση. Επομένως, για να ισορροπεί, αρκεί η συνισταμένη των ροπών ως προς τον άξονα να είναι μηδέν.

Ένα ελεύθερο στερεό, όμως, μπορεί να εκτελέσει και μεταφορική και στροφική κίνηση. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν το σώμα δε θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση. Αυτό όμως δεν εξασφαλίζει ότι δε θα στραφεί. Αν υπάρχουν ροπές το σώμα θα στραφεί. Όταν η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν, αν υπάρχουν ροπές, αυτές θα οφείλονται σε ζεύγη δυνάμεων. Η ροπή ζεύγους, όμως, είναι ίδια ως προς όλα τα σημεία. Επομένως, για να μη στραφεί το σώμα θα πρέπει η συνισταμένη ροπή να είναι μηδέν ως προς ένα οποιοδήποτε σημείο (τότε θα είναι μηδέν και ως προς κάθε άλλο).

Επομένως για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις θα πρέπει πρώτον η συνισταμένη δύναμη να είναι μηδέν

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } \Sigma F_x = 0 \text{ } \Sigma F_y = 0$$

και δεύτερον το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν

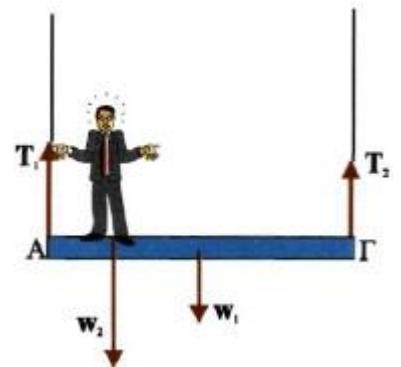
$$\Sigma \tau = 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-3

Ομογενής οριζόντια δοκός ΑΓ που έχει μήκος $l = 4\text{m}$ και βάρος $w_1 = 200\text{N}$, κρέμεται από δύο κατακόρυφα σκοινιά που είναι δεμένα στα άκρα της και ισορροπεί. Πάνω στη δοκό και σε απόσταση $x = 1\text{m}$ από το άκρο της στέκεται άνθρωπος βάρους $w_2 = 600\text{N}$. Ποια είναι τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα σκοινιά στη δοκό;

Απάντηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό είναι το βάρος της (w_1), η δύναμη που δέχεται από τον άνθρωπο - είναι ίση με το βάρος του w_2 - και οι δυνάμεις T_1 και T_2 από τα σκοινιά.



Σχ. 4.15

Εφόσον η ράβδος ισορροπεί η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν

$$\Sigma F = 0 \text{ οπότε } T_1 + T_2 - w_1 - w_2 = 0 \quad (4.2)$$

και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων, ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι επίσης μηδέν. Οι υπολογισμοί μας απλουστεύονται αν οι ροπές αναφέρονται σε σημείο από το οποίο περνάει μία από τις άγνωστες δυνάμεις. Επιλέγουμε το σημείο A.

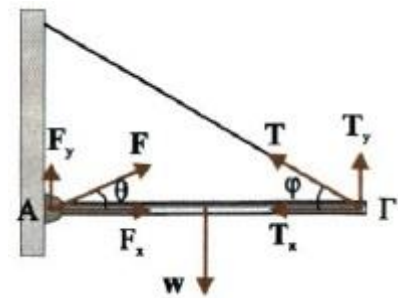
$$\Sigma T_A = 0 \text{ άρα } T_2 l - w_1 \frac{l}{2} - w_2 x = 0,$$

$$\frac{w_1 l + 2w_2 x}{2l}$$

από όπου προκύπτει ότι $T_2 = \frac{2l}{2l} = 250\text{N}$
 Αντικαθιστώντας στην (4.2) βρίσκουμε $T_1 = 550\text{N}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4-4

Ομογενής δοκός ΑΓ, μήκους l και βάρους w=400 N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της δοκού στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με σκοινί που σχηματίζει γωνία φ=30° με τη δοκό. Να βρείτε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σκοινί και από την άρθρωση.



Σχ. 4.16

Απάντηση :

Αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη διεύθυνση.

$$T_x = T \sin 30 \text{ και } T_y = T \cos 30$$

Εφόσον η ράβδος ισορροπεί

$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } T \sin 30 = F_x \quad (4.3)$$

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } T \cos 30 + F_y = w \quad (4.4)$$

Επίσης $\Sigma T = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Υπολογίζουμε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς το σημείο A και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων, ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι επίσης μηδέν. Οι υπολογισμοί μας απλουστεύονται αν οι ροπές αναφέρονται σε σημείο από το οποίο περνάει μία από τις άγνωστες δυνάμεις. Επιλέγουμε το σημείο A.

$$T \sin 30^\circ - w \frac{l}{2} = 0 \quad (4.5)$$

Οι δυνάμεις F_x , F_y και T_x έχουν μηδενικές ροπές ως προς το σημείο A.
Από τη σχέση (4.5) προκύπτει

$$2T \sin 30^\circ = w \text{ επομένως } T = 400\text{N} \quad (4.6)$$

Από την (4.3) λαμβάνοντας υπόψη την (4.6) έχουμε

$$F_x = 200 \sqrt{3} \text{ N}$$

και από την (4.4)

$$F_y = 200\text{N}$$

Επομένως η δύναμη F έχει μέτρο
και σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ

$$F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2} = 400\text{N}$$

για την οποία

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ άρα } \theta = 30^\circ$$