

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

28^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 13 Απριλίου, 2014

Ώρα: 10:00 - 13:00



Προτεινόμενες Λύσεις:

Θέμα 1^ο (μον.25):

α) $0 \rightarrow 5s$: Ε.Ο.Κ., $5s \rightarrow 10s$: Ε.Ο. Επιταχυνόμενη Κ.,

$10s \rightarrow 15s$: Ε.Ο. Επιβραδυνόμενη Κ., $15s \rightarrow 20s$: Ακίνητο,

$20s \rightarrow 25s$: Ε.Ο. Επιταχυνόμενη Κ. (προς τα αριστερά),

$25 \rightarrow 30s$: Ε.Ο.Κ. (προς τα αριστερά). **(μ.3)**

β) Τη χρονική στιγμή $t_0=0$: $x_0=100m$, τη χρονική στιγμή $t_4=20s$: $x_4=450m$,

τη χρονική στιγμή $t_6=30s$: $x_6=225m$. Ακόμα τη χρονική στιγμή t_4 αλλάζει η φορά της κίνησης.

Από $t_0=0 \rightarrow t_4=20s$: μετατόπιση $\Delta x_4=450 - 100=350m$ (προς τα δεξιά).

Από $t_4=20s \rightarrow t_6=30s$: μετατόπιση $\Delta x_6=225 - 450= -225m$ (225m προς τα αριστερά).

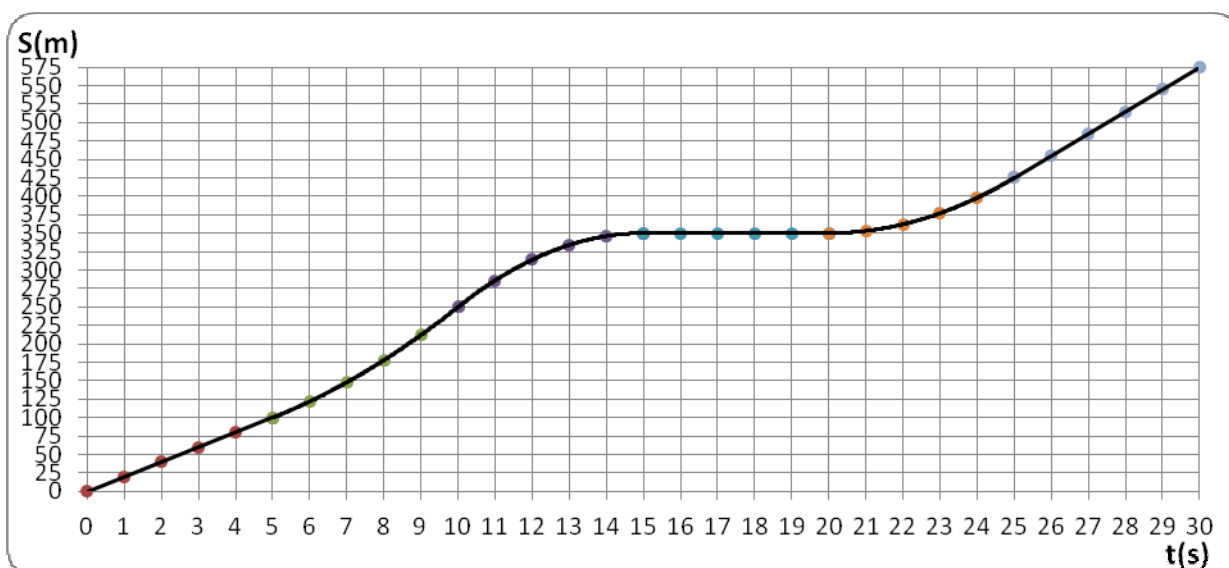
Άρα το διάστημα που διανύει το κινητό από $t_0=0 \rightarrow t_6=30s$: $S=|\Delta x_4|+|\Delta x_6|=350+225=575m$. **(μ.1)**

Η μετατόπιση του κινητού από $t_0=0 \rightarrow t_6=30s$: $\Delta x=225-100=125m$ (προς τα δεξιά). **(μ.1)**

γ) Μέση αριθμητική ταχύτητα $u_a = \frac{S}{t_{ολ}} = \frac{575}{30} = 19,17m/s$ **(μ.1)**,

Μέση διανυσματική ταχύτητα $u_\delta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{125}{30} = 4,17m/s$ **(μ.1)**.

δ) **(μ.3)**





ε) $0 \rightarrow 5s$: $\alpha_1=0$ (Ε.Ο.Κ.), τη χρονική στιγμή $t_1=5s$: $u_1 = \frac{200-100}{5-0} \Rightarrow u_1=20m/s$. (μ.1)

$5s \rightarrow 10s$: $\Delta x=350-200=150m$, επειδή $\Delta x=u_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 150=20 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_2=4m/s^2$ (προς τα δεξιά). Τη χρονική στιγμή $t_2=10s$: $u_2 = u_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \Rightarrow u_2=20+4 \cdot 5 \Rightarrow u_2=40m/s$. (μ.2)

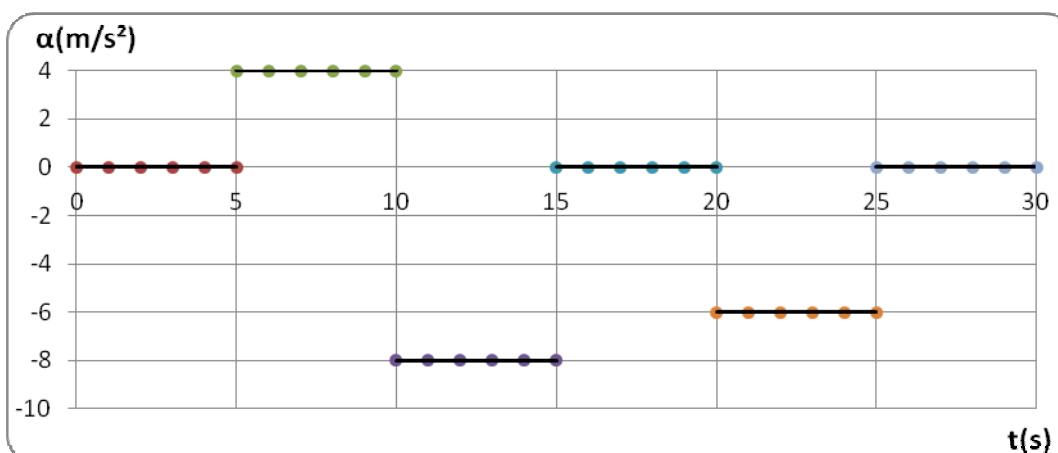
$10s \rightarrow 15s$: $\Delta x=450-350=100m$, επειδή $\Delta x=u_2 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 100=40 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_3=8m/s^2$ (προς τα αριστερά). Τη χρονική στιγμή $t_3=15s$: $u_3=0$. (μ.2)

$15s \rightarrow 20s$: $\alpha_4=0$. Τη χρονική στιγμή $t_4=20s$: $u_4=0$. (μ.1)

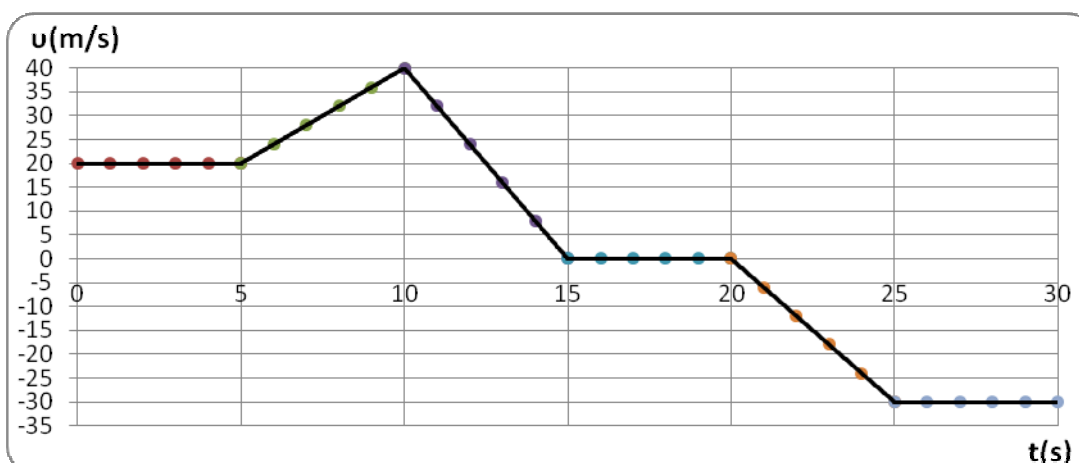
$20s \rightarrow 25s$: $\Delta x=375-450=-75m$, επειδή $\Delta x = -\frac{1}{2} \cdot \alpha_5 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow -75 = -\frac{1}{2} \cdot \alpha_5 \cdot 5^2 \Rightarrow \alpha_5=6m/s^2$ (προς τα αριστερά). Τη χρονική στιγμή $t_5=25s$: $u_5 = -\alpha_5 \cdot \Delta t \Rightarrow u_5 = -6 \cdot 5 \Rightarrow u_5 = -40m/s$ (40m/s προς τα αριστερά). (μ.2)

$25s \rightarrow 30s$: $\alpha_6=0$ (Ε.Ο.Κ.), τη χρονική στιγμή $t_6=30s$: $u_6 = \frac{225-375}{30-25} \Rightarrow u_6=-30m/s$ (30m/s προς τα αριστερά). (μ.1)

στ) (μ.3)



ζ) (μ.3)



**Θέμα 2^ο (μον.20):**

A) α) Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η θέση του αερόστατου $y_0=10\text{m}$, τη χρονική στιγμή t_h που εκτοξεύεται ο εξοπλισμός η θέση του αερόστατου $y_h=h=162,5\text{m}$.

Το αερόστατο εκτελεί Ε.Ο.Κ. επομένως: $y_h - y_0 = u_1 \cdot (t_h - t_0) \Rightarrow 162,5 - 10 = 2,5 \cdot (t_h - 0) \Rightarrow t_h = 61\text{s}$. (μ.2)

β) Έστω t η χρονική στιγμή που γίνεται η προσπάθεια από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό. Τη χρονική στιγμή αυτή, η κατακόρυφη θέση του αερόστατου θα είναι η ίδια με την κατακόρυφη θέση του εξοπλισμού, που εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Επομένως για το αερόστατο: $y = h + u_1 \cdot \Delta t$ (1), όπου $\Delta t = t - t_h$ (2),

$$\text{για τον εξοπλισμό: } y = u_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \text{ (3). (μ.1)}$$

$$(1), (3) \Rightarrow h + u_1 \cdot \Delta t = u_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 + (u_1 - u_0) \cdot \Delta t + h = 0 \Rightarrow 5 \cdot (\Delta t)^2 - 57,5 \cdot \Delta t + 162,5 = 0 \Rightarrow$$

$\Delta t_1 = 5\text{s}$ (ο εξοπλισμός ανεβαίνει \uparrow) ή $\Delta t_2 = 6,5\text{s}$ (ο εξοπλισμός κατεβαίνει \downarrow). (μ.2)

Επομένως οι χρονικές στιγμές που γίνονται η προσπάθειες από τους επιβαίνοντες να πιάσουν τον εξοπλισμό θα είναι: $\Delta t_1 = 5\text{s}$, (2) $\Rightarrow t_1 = 66\text{s}$ και $\Delta t_2 = 6,5\text{s}$, (2) $\Rightarrow t_2 = 67,5\text{s}$. (μ.2)

γ) Για $\Delta t_1 = 5\text{s}$, (1) $\Rightarrow y_1 = 162,5 + 2,5 \cdot 5 \Rightarrow y_1 = 175\text{m}$ (μ.1) και για

$$\Delta t_2 = 6,5\text{s}, (1) \Rightarrow y_2 = 162,5 + 2,5 \cdot 6,5 \Rightarrow y_2 = 178,75\text{m}. \text{ (μ.1)}$$

δ) Για τον εξοπλισμό θα ισχύει: $u = u_0 - g \cdot \Delta t$ (4).

Επομένως: για $\Delta t_1 = 5\text{s}$, (4) $\Rightarrow u_{e1} = 60 - 10 \cdot 5 \Rightarrow u_{e1} = 10\text{m/s}$ (διεύθυνση κατακόρυφη φορά προς τα πάνω) (μ.2) και για

$$\Delta t_2 = 6,5\text{s}, (4) \Rightarrow u_{e2} = 60 - 10 \cdot 6,5 \Rightarrow u_{e2} = -5\text{m/s} \text{ (διεύθυνση κατακόρυφη φορά προς τα κάτω)}. \text{ (μ.2)}$$

ε) Έστω t η χρονική στιγμή που ο εξοπλισμός φτάνει στο έδαφος, οπότε για $y=0$, (3) \Rightarrow

$$0 = 60 \cdot \Delta t - 5 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = 12\text{s}. \text{ Οπότε η (2) } \Rightarrow t = 73\text{s}. \text{ (μ.1)}$$

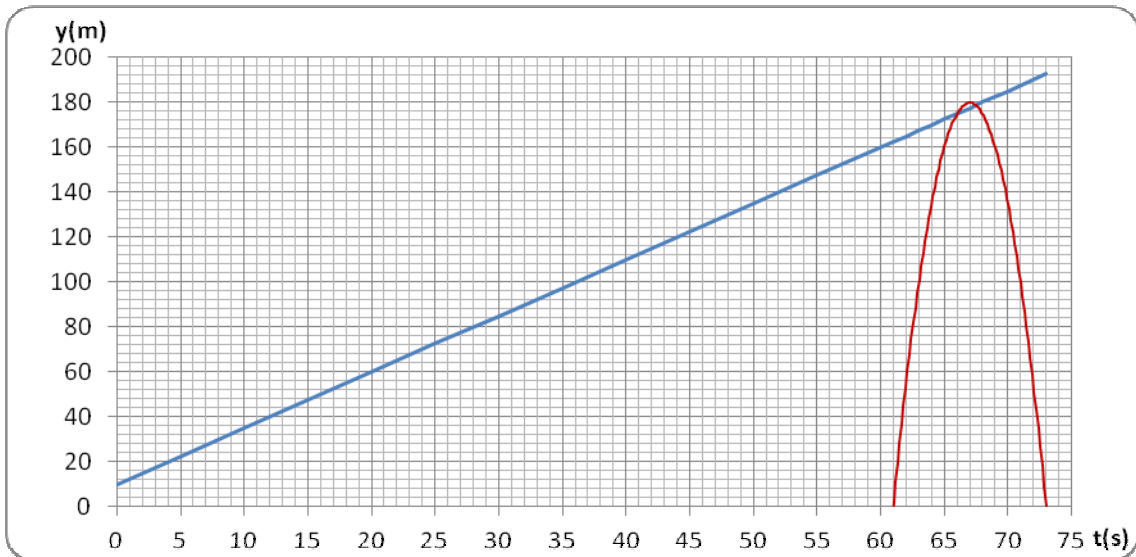
Το ύψος στο οποίο θα βρίσκεται το αερόστατο θα είναι:

$$\text{για } \Delta t = 12\text{s}, (1) \Rightarrow y = 162,5 + 2,5 \cdot 12 \Rightarrow y_1 = 192,5\text{m}. \text{ (μ.1)}$$

β) Θα χρειαστεί ακόμα να υπολογιστεί η χρονική στιγμή και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει ο εξοπλισμός. Στο μέγιστο ύψος $u_e = 0$, οπότε (4) $\Rightarrow 0 = 60 - 10 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6\text{s}$. Άρα η (2) $\Rightarrow t = 67\text{s}$ και η

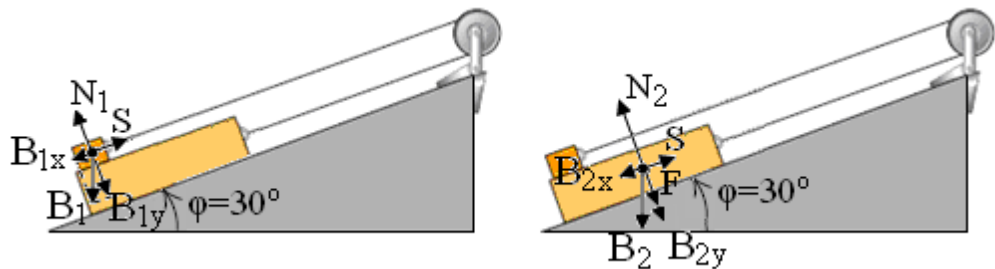
$$(3) \Rightarrow y = 60 \cdot 6 - 5 \cdot (6)^2 \Rightarrow y = 180\text{m}. \text{ (μ.2)}$$

Γραφική (μ.3)



Θέμα 3^ο (μον.20):

A)



α) Στο σώμα μάζας m ασκούνται το βάρος B_1 , η αντίδραση του επιπέδου N_1 και η τάση του νήματος S . Στο σώμα μάζας M ασκούνται το βάρος B_2 , η αντίδραση του επιπέδου N_2 , η τάση του νήματος S και η δύναμη F που ασκείται από το σώμα μάζας m . **(μ.4)**

β) Το σώμα μάζας m ασκεί στο σώμα μάζας M δύναμη F και το σώμα μάζας M ασκεί στο σώμα μάζας m δύναμη N_1 . Οι δυνάμεις αυτές F, N_1 έχουν ίσο μέτρο σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα, άρα $|F|=|N_1|$ (1). **(μ.1)**

γ) Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα: για το σώμα μάζας m : $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N_1-B_{1y}=0 \Rightarrow N_1=B_{1y}$ (2) **(μ.1)**
και για το σώμα μάζας M : $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N_2-B_{2y}-F=0 \Rightarrow N_2=B_{2y}+F$ (3). **(μ.1)**

δ) Επειδή $M>m$, το σώμα μάζας M θα κινηθεί προς τα κάτω και το σώμα μάζας m προς τα πάνω, στο κεκλιμένο επίπεδο.

Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα (θεωρώντας ως θετική φορά για το κάθε σώμα, τη φορά της κίνησής του), έχουμε:

για το σώμα μάζας m : $\Sigma F_x=m_1 \cdot \alpha \Rightarrow S-B_{1x}=m \cdot \alpha$ (4) **(μ.1)**,

για το σώμα μάζας M : $\Sigma F_x=M \cdot \alpha \Rightarrow B_{2x}-S=M \cdot \alpha$ (5) **(μ.1)**.

ε) (4),(5) $\Rightarrow B_{2x}-B_{1x}=(m+M) \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{B_{2x}-B_{1x}}{m+M}$. Είναι όμως: $B_{1x}=m \cdot g \cdot \eta \mu \phi = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,5 = 1,5N$,

$B_{2x}=M \cdot g \cdot \eta \mu \phi = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,5 = 6N$. Επομένως $\alpha = \frac{6-1,5}{0,3+1,2} \Rightarrow \alpha = 3m/s^2$.



στ) Για το σώμα μάζας m : $B_1 = m \cdot g = 0,3 \cdot 10 \Rightarrow B_1 = 3\text{N}$, (2) $\Rightarrow N_1 = m \cdot g \cdot \sin\phi = 0,3 \cdot 10 \cdot 0,866 \Rightarrow N_1 = 2,6\text{N}$,
(4) $\Rightarrow S = B_{1x} + m \cdot a = 1,5 + 0,3 \cdot 3 \Rightarrow S = 2,4\text{N}$. (μ.2)

Για το σώμα μάζας M : $B_2 = M \cdot g = 1,2 \cdot 10 \Rightarrow B_2 = 12\text{N}$,

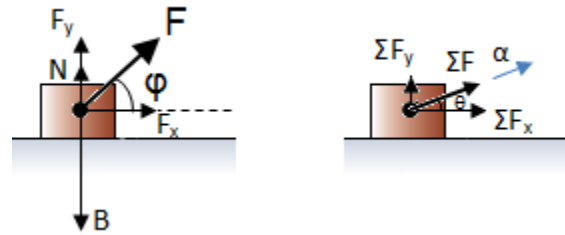
(3) $\Rightarrow F = 2,6\text{N}$, (3) $\Rightarrow N_2 = M \cdot g \cdot \sin\phi + F = 1,2 \cdot 10 \cdot 0,866 + 2,6 \Rightarrow N_2 = 13\text{N}$, $S = 2,4\text{N}$. (μ.2)



β)

α) Στο σώμα ασκούνται ακόμα το βάρος και η αντίδραση του επιπέδου N. Ακόμα είναι $B = m \cdot g = 10 \cdot 10 = 100\text{N}$, $F_x = F \cdot \cos\phi = 140 \cdot 0,6 = 84\text{N}$, $F_y = F \cdot \sin\phi = 140 \cdot 0,8 = 112\text{N}$.

Παρατηρούμε ότι $F_y > B$ επομένως το σώμα δε θα έχει επαφή με το έδαφος και άρα $N=0$. **(μ.2)**



β) Θα είναι: $\Sigma F_y = F_y - B = 112 - 100 \Rightarrow \Sigma F_y = 12\text{N}$, $\Sigma F_x = F_x \Rightarrow \Sigma F_x = 84\text{N}$, επομένως $\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \Rightarrow$

$$\Sigma F = 60\sqrt{2} \Rightarrow \Sigma F = 84,85\text{N}. \text{ (μ.1)}$$

Αν θ είναι η γωνία που σχηματίζει η ΣF με το οριζόντιο επίπεδο τότε: $\epsilon\phi\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{12}{84} \Rightarrow \theta = 8,1^\circ$.

Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα, η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το σώμα θα έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{85}{10} \Rightarrow a = 8,5\text{m/s}^2 \text{ (μ.1)}$$

και τη διεύθυνση και τη φορά της συνισταμένης δύναμης ΣF : $\theta = 8,1^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο. **(μ.1)**

Θέμα 4^ο (μον.20):

α) Στο μαγνήτη M_1 ασκούνται το βάρος B_1 , η αντίδραση του επιπέδου N_1 και η τάση του νήματος S_1 και η δύναμη F που ασκείται από το μαγνήτη M_2 . Στο μαγνήτη M_2 ασκούνται το βάρος B_2 , η αντίδραση του επιπέδου N_2 και η τάση του νήματος S_2 και η δύναμη F' που ασκείται από το μαγνήτη M_1 . **(μ.4)**

β) ι)

$$\text{Εφόσον ο } M_1 \text{ ισορροπεί: } \Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 - S_{1x} = 0 \\ F - S_{1y} - B_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1 = S_{1x} \\ F = S_{1y} + B_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = S_1 \cdot \eta\mu\phi \text{ (1)} \\ F = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 \text{ (2)}. \end{cases} \text{ (μ.2)}$$

$$\text{Εφόσον ο } M_2 \text{ ισορροπεί: } \Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 - S_{2x} = 0 \\ S_{2y} - B_2 - F' = 0 \end{cases}$$

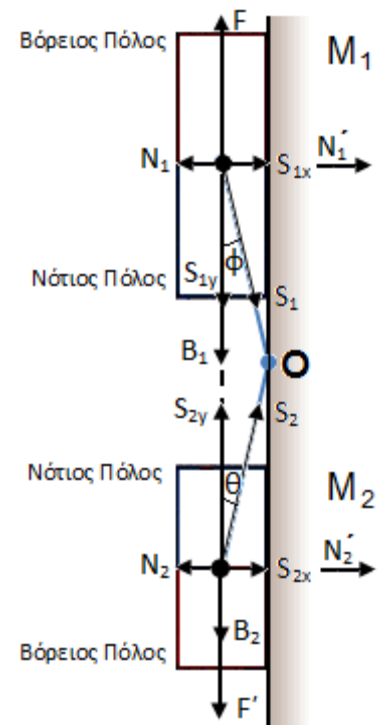
$$\begin{cases} N_2 = S_{2x} \\ S_{2y} = F' + B_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 = S_2 \cdot \eta\mu\theta \text{ (3)} \\ S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F' + B_2 \text{ (4)}. \end{cases} \text{ (μ.2)}$$

Ακόμα σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Νεύτωνα $|F| = |F'|$ (5).

Προφανώς από τις (2), (4) προκύπτει ότι $S_2 > S_1$ και άρα σύμφωνα και με την εκφώνηση $S_2/S_1 = 4$ (6).

$$\text{Οπότε από τις (2), (4), (5) } \Rightarrow S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 + B_2 \stackrel{(6)}{\Rightarrow}$$

$$4 \cdot S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi + B_1 + B_2 \Rightarrow S_1 = \frac{B_1 + B_2}{4 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \sigma\upsilon\nu\phi} \Rightarrow S_1 = \frac{50,0 + 30,0}{4 \cdot 0,866 - 0,940} \Rightarrow S_1 = 31,7\text{N}.$$





Επομένως (6) $\Rightarrow S_2=126,8N$. (μ.2)

ii) Η (2) $\Rightarrow F=31,7 \cdot 0,940+50,0 \Rightarrow F=79,8N$. Επομένως σύμφωνα με την (5): $|F|=|F'|79,8N$. (μ.2)

iii) Έστω N_1' και N_2' οι δυνάμεις που δέχεται ο τοίχος από τους μαγνήτες M_1 και M_2 αντίστοιχα.

Τότε σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα: $|N_1'|=|N_1|$ (7) και $|N_2'|=|N_2|$ (8). (μ.1)

Επομένως η συνισταμένη δύναμη N' που δέχεται ο τοίχος από τους δύο μαγνήτες θα έχει μέτρο:

$$N' = N_1' + N_2' \stackrel{(7),(8)}{\Rightarrow} N' = N_1 + N_2 \stackrel{(1),(3)}{\Rightarrow} N' = S_1 \cdot \eta\mu\phi + S_2 \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow N' = 31,7 \cdot 0,342 + 126,8 \cdot 0,5 \Rightarrow N' = 74,2N$$

Η διεύθυνση της N' θα είναι οριζόντια με φορά προς τα δεξιά. (μ.2)

γ) Το αβαρές καρφί δέχεται τις τάσεις των νημάτων $S_1=31,7N$ και $S_2=126,8N$.

Ακόμα $\Sigma S_x = S_{1x} + S_{2x} \Rightarrow \Sigma S_x = S_1 \cdot \eta\mu\phi + S_2 \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow \Sigma S_x = 31,7 \cdot 0,342 + 126,8 \cdot 0,5 \Rightarrow$

$$\Sigma S_x = 74,2N \text{ και}$$

$\Sigma S_y = S_{1y} + S_{2y} \Rightarrow \Sigma S_y = S_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - S_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \Sigma S_y = 31,7 \cdot 0,940 - 126,8 \cdot 0,866 \Rightarrow$

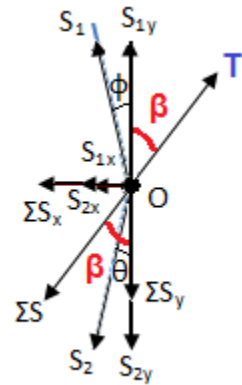
$$\Sigma S_y = -80N. (\mu.2)$$

$$\text{Επομένως } \Sigma S = \sqrt{(\Sigma S_x)^2 + (\Sigma S_y)^2} \Rightarrow \Sigma S = 109,1N \text{ και } \epsilon\phi\beta = \frac{\Sigma S_x}{\Sigma S_y} \Rightarrow \beta = 42,8^\circ$$

με τον τοίχο. (μ.2)

Για να ισορροπεί το αβαρές καρφί θα πρέπει σε αυτό να ασκείται μια δύναμη από τον τοίχο T ίδιου μέτρου αντίθετης φοράς με τη ΣS : $\Sigma F = 0 \Rightarrow T - \Sigma S = 0 \Rightarrow T = \Sigma S$.

Επομένως η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το καρφί από τον τοίχο θα έχει μέτρο $T=109,1N$, φορά προς τα πάνω και δεξιά και διεύθυνση $\beta=42,8^\circ$ με τον κατακόρυφο τοίχο. (μ.1)



Θέμα 5^ο (μον.15):

A) Αρκεί να δείξουμε ότι για ένα κινητό με επιτάχυνση $\alpha=4m/s^2$, η μεταβολή των μετατοπίσεων του για κάθε $\underline{1s}$ της κίνησής του που περνάει (ή η μεταβολή δύο μετατοπίσεων του, μεταξύ προηγούμενου και επόμενου $\underline{1s}$ της κίνησής του) είναι σταθερή : $\Delta(\Delta x)=4m$. (μ.2)

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, οπότε η θέση του στις παρακάτω χρονικές στιγμές θα είναι:

$$t=t_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_0 + u_0 \cdot (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1 - t_0)^2$$

$$t=t_2=t_1+1 \quad \rightarrow \quad x_2 = x_0 + u_0 \cdot (t_1+1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1+1 - t_0)^2$$

$$t=t_3=t_1+2 \quad \rightarrow \quad x_3 = x_0 + u_0 \cdot (t_1+2 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1+2 - t_0)^2$$

...

$$t=t_n=t_1+n-1 \quad \rightarrow \quad x_n = x_0 + u_0 \cdot (t_1+n-1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1+n-1 - t_0)^2$$

$$t=t_{n+1}=t_1+n \quad \rightarrow \quad x_{n+1} = x_0 + u_0 \cdot (t_1+n - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1+n - t_0)^2$$

και επειδή $t_0=0$ και $\alpha=4m/s^2$

$$t=t_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_0 + u_0 \cdot t_1 + 2 \cdot t_1^2$$

$$t=t_2=t_1+1 \quad \rightarrow \quad x_2 = x_0 + u_0 \cdot (t_1+1) + 2 \cdot (t_1+1)^2$$

$$t=t_3=t_1+2 \quad \rightarrow \quad x_3 = x_0 + u_0 \cdot (t_1+2) + 2 \cdot (t_1+2)^2$$

...



$$\begin{aligned} t=t_n=t_1+n-1 &\rightarrow x_n=x_0+u_0\cdot(t_1+n-1)+2\cdot(t_1+n-1)^2 \\ t=t_{n+1}=t_1+n &\rightarrow x_{n+1}=x_0+u_0\cdot(t_1+n)+2\cdot(t_1+n)^2 \quad (\mu.2) \end{aligned}$$

οπότε

$$\begin{aligned} t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s): & \Delta x_1=x_2-x_1=u_0+2\cdot[(t_1+1)^2-t_1^2] \\ t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): & \Delta x_2=x_3-x_2=u_0+2\cdot[(t_1+2)^2-(t_1+1)^2] \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s): & \Delta x_{n-1}=x_n-x_{n-1}=u_0+2\cdot[(t_1+n-1)^2-(t_1+n-2)^2] \\ t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): & \Delta x_n=x_{n+1}-x_n=u_0+2\cdot[(t_1+n)^2-(t_1+n-1)^2] \end{aligned}$$

αναπτύσσοντας τη διαφορά τετραγώνων μέσα στις αγκύλες έχουμε:

$$\begin{aligned} t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s): & \Delta x_1=x_2-x_1=u_0+4\cdot t_1+2 \\ t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): & \Delta x_2=x_3-x_2=u_0+4\cdot t_1+6 \\ & \dots \\ t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s): & \Delta x_{n-1}=x_n-x_{n-1}=u_0+4\cdot t_1+4\cdot n-6 \\ t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): & \Delta x_n=x_{n+1}-x_n=u_0+4\cdot t_1+4\cdot n-2 \quad (\mu.2) \end{aligned}$$

και τελικά μεταξύ

$$t=t_1 \rightarrow t=t_2 (\Delta t=1s) \text{ και } t=t_2 \rightarrow t=t_3 (\Delta t=1s): \Delta(\Delta x)=\Delta x_2-\Delta x_1=4m$$

...

$$t=t_{n-1} \rightarrow t=t_n (\Delta t=1s) \text{ και } t=t_n \rightarrow t=t_{n+1} (\Delta t=1s): \Delta(\Delta x)=\Delta x_n-\Delta x_{n-1}=4m. \quad (\mu.2)$$

B) Από τη χρονική στιγμή εκπομπής του ήχου $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t που ακούει τον ήχο ο μοτοσικλετιστής θα ισχύει:

$$\text{Για το μοτοσικλετιστή: } \frac{v_o}{3} = u_0 - \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{2 \cdot v_o}{3} \quad (1) \quad (\mu.1)$$

$$\frac{1}{9} \cdot x = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{9} \cdot x = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t \cdot t \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{9} \cdot x = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot v_o}{3} \cdot t \Rightarrow$$

$$\frac{1}{9} \cdot x = \frac{2 \cdot v_o}{3} \cdot t \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x = 2 \cdot v_o \cdot t \quad (2). \quad (\mu.2)$$

$$\text{Για τον ήχο: } x + \frac{8}{9} \cdot x = u_{\eta\chi} \cdot t \Rightarrow \frac{17}{9} \cdot x = u_{\eta\chi} \cdot t \quad (3). \quad (\mu.2)$$

$$\text{Επομένως: } \frac{(2)}{(3)} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \cdot x}{\frac{17}{9} \cdot x} = \frac{2 \cdot v_o \cdot t}{u_{\eta\chi} \cdot t} \Rightarrow \frac{3}{17} = \frac{2 \cdot v_o}{u_{\eta\chi}} \Rightarrow u_o = \frac{3 \cdot v_{\eta\chi}}{34} \Rightarrow u_o = \frac{3 \cdot 340}{34} \Rightarrow$$

$$u_o = 30 \text{ m/s. } (\mu.2)$$



Τέλος