ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε χαρτί Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί (το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης). Εκεί θα σχεδιάσετε και όσα γραφήματα ζητούνται στο **Θεωρητικό Μέρος**.

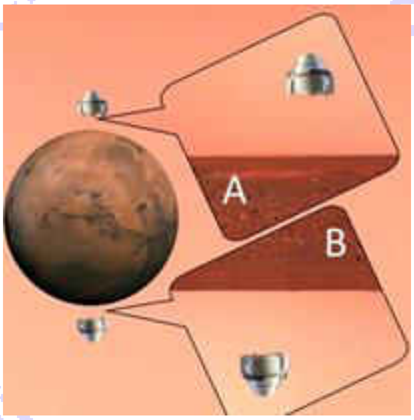
2. Τα γραφήματα του **Πειραματικού Μέρους** θα τα σχεδιάσετε *κατά προτεραιότητα* στο μιλιμετρέ χαρτί που συνοδεύει τις εκφωνήσεις.

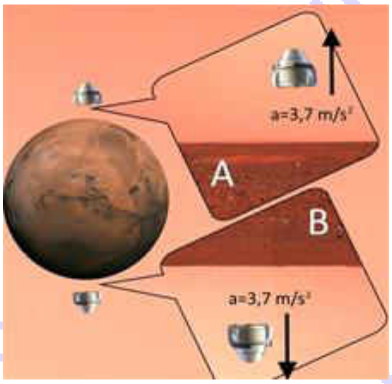
3. Οι απαντήσεις στα υπόλοιπα ερωτήματα τόσο του **Θεωρητικού Μέρους** όσο και του **Πειραματικού** θα πρέπει *οπωσδήποτε* να συμπληρωθούν στο *“Φύλλο Απαντήσεων”* που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων.

Θεωρητικό Μέρος

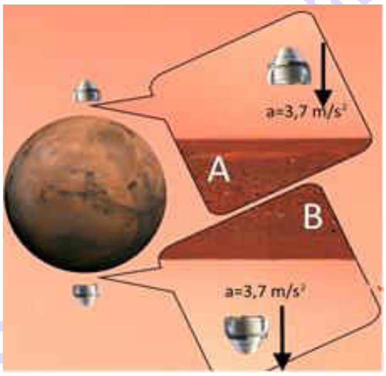
ΘΕΜΑ 1^o

Α. Υποθέστε ότι στον πλανήτη Άρη υπάρχει ένα διαστημικό σκάφος, όπως αυτό της εικόνας και ο κυβερνήτης του μπορεί να μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση. Οι εικόνες α, β, γ, απεικονίζουν το διάνυσμα της επιτάχυνσης του διαστημικού σκάφους σε δύο διαφορετικές θέσεις Α και Β. Ποια ή ποιες από τις εικόνες αυτές αντιστοιχούν σε κατάσταση όπου ο κυβερνήτης βιώνει μηδενική βαρύτητα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

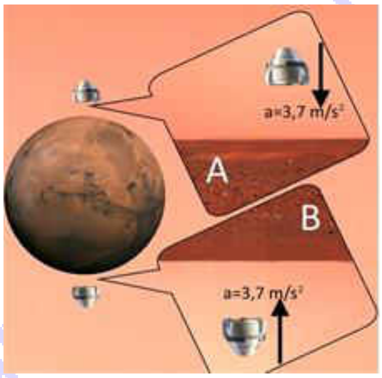




α)



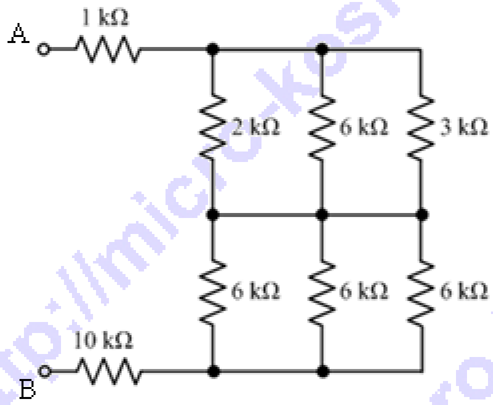
β)



γ)

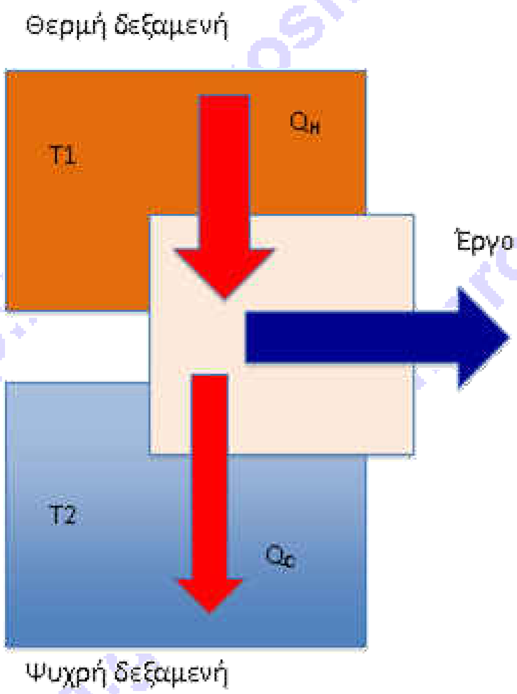
Η επιτάχυνση της βαρύτητας στον Πλανήτη Άρη είναι $g=3{,}7\ m/s^2$ και τα πλαίσια αποτελούν μεγέθυνση των αντίστοιχων θέσεων.

Β. Δίνεται το τμήμα κυκλώματος του επόμενου σχήματος με τις τιμές των αντιστάσεων που αναγράφονται σε αυτό. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών Α και Β.



ΘΕΜΑ 2^{ο}

Η αναπαράσταση μίας θερμικής μηχανής, η οποία λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 και T_2 ($T_1 > T_2$), φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Α. Οι ψυκτικές μηχανές λειτουργούν αντίστροφα από τις θερμικές, δηλαδή δαπανούν έργο για να μεταφέρουν θερμότητα από μία ψυχρή δεξαμενή σε μία θερμή.
Να σχεδιάσετε τη σχηματική αναπαράσταση μίας ψυκτικής μηχανής κατ' αναλογία της θερμικής και να γράψετε τον 1^{ο} θερμοδυναμικό νόμο για την ψυκτική μηχανή.

Β. Ο συντελεστής απόδοσης μίας ψυκτικής μηχανής ορίζεται ως:

$$e = \frac{Q_C}{W}$$

Όσο πιο μεγάλος είναι ο συντελεστής απόδοσης, τόσο πιο αποτελεσματική είναι η μηχανή.
Ο βέλτιστος συντελεστής απόδοσης αντιστοιχεί σε μηχανή Carnot που λειτουργεί αντίστροφα.
Ένα κλιματιστικό, που θεωρείται ψυκτική μηχανή, αναγράφει επάνω του τα στοιχεία: 18000 BTU/h (εκφράζει το ρυθμό απαγωγής θερμότητας από την ψυχρή δεξαμενή) , 230 V, 9,0 A.
Δίνεται ότι: 1 BTU = 1,055 x 10^3 J

Β.1. Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσής του e.

Β.2. Ποιος είναι ο βέλτιστος συντελεστής απόδοσης e_C ενός κλιματιστικού αν διατηρεί τη θερμοκρασία ενός δωματίου στους 21^{o}C όταν η εξωτερική θερμοκρασία είναι 36^{o}C;

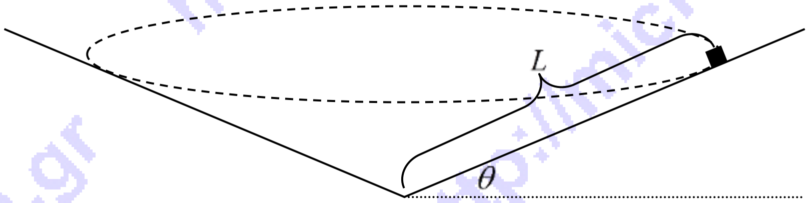
Γ. Σε ένα δωμάτιο, στο οποίο λειτουργεί το κλιματιστικό του ερωτήματος **Β.2.**, εισέρχεται θερμότητα με ρυθμό 5,0 MJ /h.

Γ.1. Πόσο έργο W ανά ώρα πρέπει να δαπανά το κλιματιστικό για να διατηρεί σταθερή τη θερμοκρασία του δωματίου;

Γ.2. Πόση είναι η συνολική θερμότητα Q που αποβάλλεται στο εξωτερικό περιβάλλον ανά ώρα;

ΘΕΜΑ 3ο

Σε ένα παιδικό παιχνίδι ένα μικρό αυτοκίνητο που θεωρείται σημειακό σώμα κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά, όπως η διακεκομμένη γραμμή του σχήματος. Η κυκλική τροχιά είναι όλη στο εσωτερικό κωνικής επιφάνειας.



Η κωνική επιφάνεια σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση. Το αυτοκίνητο κινείται πάντα εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση σε απόσταση L από το κατώτερο σημείο της κωνικής επιφάνειας. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

Α. Να βρεθεί η ταχύτητα που πρέπει να έχει το αυτοκίνητο, αν η διαδρομή είναι λεία.

Β. Αν όλη η κυκλική πίστα βρίσκεται στο οριζόντιο δάπεδο ενός ανελκυστήρα ο οποίος επιταχύνεται με επιτάχυνση $a = g/2$ κατακόρυφα προς τα πάνω, να βρεθεί η ταχύτητα, που πρέπει να έχει το αυτοκίνητο, ώστε να κινείται στον κύκλο. Θεωρήστε σε αυτό το ερώτημα ότι η τριβή είναι μηδενική.

Γ.

Γ.1. Αν, όπως στο ερώτημα (α), η κωνική επιφάνεια δεν επιταχύνεται, αλλά υπάρχει τριβή με συντελεστή στατικής τριβής μ_s μεταξύ του αυτοκινήτου και της επιφάνειας, να υπολογιστούν τα όρια τιμών ταχύτητας για τα οποία το αυτοκίνητο παραμένει στην κυκλική του τροχιά.

Γ.2. Για ποιο συνδυασμό των φυσικών μεγεθών, που δίνονται, το σώμα μπορεί να κινείται με οσοδήποτε μικρή ταχύτητα και παρ' όλα αυτά να παραμένει στην κυκλική τροχιά;

Γ.3. Ποια η φυσική σημασία του αποτελέσματος;

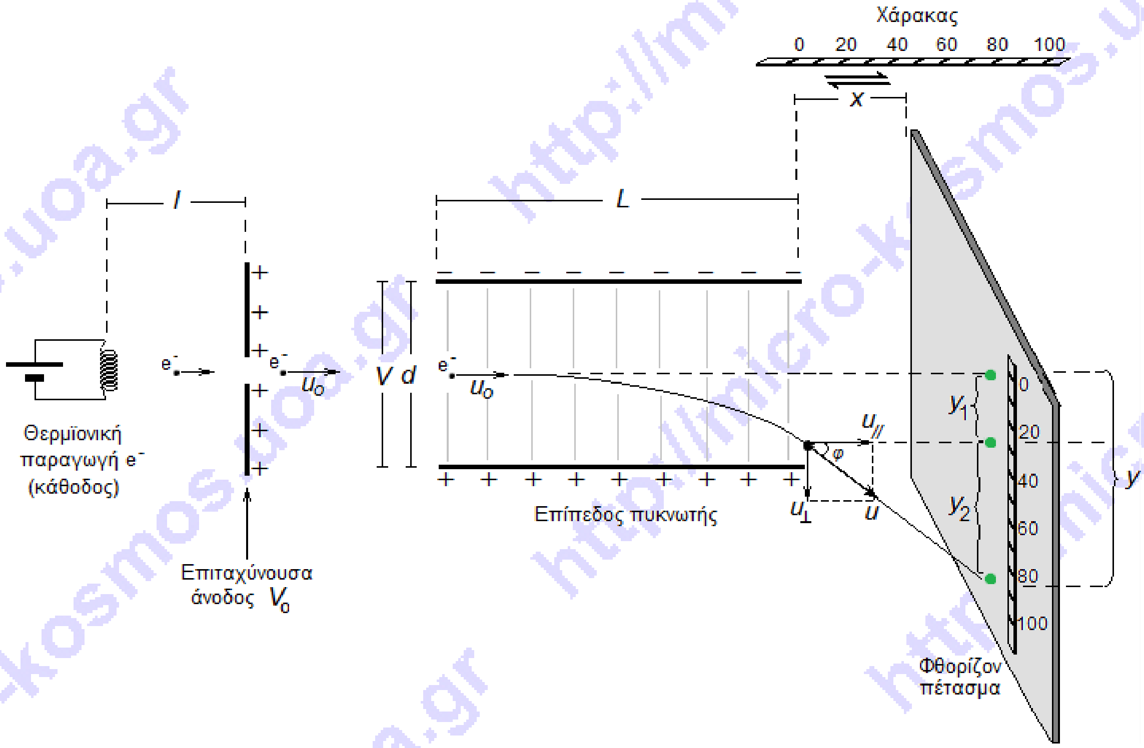
Γ.4. Για ποιο συνδυασμό των φυσικών μεγεθών που δίνονται, μπορεί το αυτοκίνητο να παραμένει σε κυκλική τροχιά για οσοδήποτε μεγάλη τιμή της ταχύτητας;

Γ.5. Ποια η φυσική σημασία του αποτελέσματος;

Πειραματικό Μέρος

Σε ένα εργαστήριο φυσικής βρίσκεται η παρακάτω συσκευή, με τη βοήθεια της οποίας είναι δυνατό να προσδιοριστεί μία άγνωστη τάση *V* που εφαρμόζεται στα άκρα ενός επίπεδου πυκνωτή, μετρώντας την εκτροπή *y* που υφίσταται μια δέσμη ηλεκτρονίων από την αρχική της κατεύθυνση, επί ενός φθορίζοντος πετάσματος που παρεμβάλλεται στην πορεία της.

Το διάγραμμα της συσκευής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, ενώ όλη η διάταξη είναι σε περιβάλλον υψηλού κενού ώστε τα ηλεκτρόνια πρακτικά δεν συγκρούονται με μόρια ατμοσφαιρικού αέρα ή άλλα σωματίδια κατά την πορεία τους. Ο επίπεδος πυκνωτής μήκους *L* και απόστασης οπλισμών *d*, στο εξής θα αναφέρεται απλά ως «πυκνωτής».



V_o: επιταχύνουσα άνοδος (η άνοδος βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό έναντι της καθόδου. Η διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου, V_o, είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνση των θερμιονικά εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων)

u_o, u: ταχύτητες εισόδου των ηλεκτρονίων στον πυκνωτή και εξόδου από αυτόν αντίστοιχα

$u_{//}$, $u_{\perp}$: η παράλληλη και κάθετη στους οπλισμούς του πυκνωτή συνιστώσα της ταχύτητας εξόδου αντίστοιχα

l : απόσταση θερμιονικής καθόδου-επιταχύνουσας ανόδου

V, *L*, *d*,: τάση, μήκος και απόσταση οπλισμών πυκνωτή αντίστοιχα

x : οριζόντια απόσταση φθορίζοντος πετάσματος από την έξοδο του πυκνωτή

y : συνολική εκτροπή της δέσμης των ηλεκτρονίων ως προς την αρχική κατεύθυνση της.

Μία δέσμη ηλεκτρονίων που παράγεται θερμιονικά, ξεκινά με αμελητέα αρχική κινητική ενέργεια και επιταχύνεται ευθύγραμμα ομαλά υπό την επίδραση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η επιταχύνουσα άνοδος V_o, μέχρις ότου τα ηλεκτρόνια να αποκτήσουν τελική (μέγιστη) ταχύτητα $\boldsymbol{u_o}$ με την οποία εισέρχονται εντός επιπέδου πυκνωτή τάσης V, κινούμενα παράλληλα στους οπλισμούς του (κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου) σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα. Αυτή θεωρείται στο εξής ως «αρχική διεύθυνση κίνησης» των ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια εξέρχονται από τον πυκνωτή έχοντας αποκτήσει μία κάθετη (ως προς την αρχική διεύθυνση κίνησης) συνιστώσα ταχύτητας $\boldsymbol{u_\perp}$ η οποία ευθύνεται για την απόκλιση της δέσμης που αυτά σχηματίζουν, και αφού διανύσουν απόσταση x, που μπορεί να είναι μεταβλητή ελεγχόμενη από τον πειραματιστή, προσπίπτουν σε ένα επίπεδο φθορίζον πέτασμα, που παρεμβάλλεται κάθετα στην αρχική διεύθυνση κίνησης τους, δίνοντας ένα φωτεινό στίγμα επί αυτού. Η απόσταση του στίγματος από την θέση του στίγματος μηδενικής εκτροπής (εκείνου δηλαδή που θα παρατηρούσαμε εάν δεν υπήρχε εκτροπή) καθώς και η θέση του πετάσματος από την έξοδο του πυκνωτή μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά με τη βοήθεια βαθμολογημένων χιλιοστομετρικών κανόνων. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διάταξης φαίνονται στο ανωτέρω σχήμα.

Εφαρμόζουμε μία άγνωστη τάση V στους οπλισμούς του πυκνωτή, και για συγκεκριμένη απόσταση x, μετράμε την απόκλιση y της δέσμης πάνω στο πέτασμα. Μεταβάλλουμε το x και μετράμε κάθε φορά το y. Λαμβάνουμε έτσι ζεύγη τιμών (x_i, y_i) και κατασκευάζουμε τον παρακάτω *πίνακα μετρήσεων*:

Α/Α (i)	$\boldsymbol{x_i}$**(m)**	$\boldsymbol{y_i}$ **(m)**	$\boldsymbol{x_i \cdot y_i}$ **(m²)**	$\boldsymbol{x_i^2}$ **(m²)**
1	0,05	0,10		
2	0,10	0,12		
3	0,15	0,14		
4	0,20	0,15		
5	0,25	0,18		
6	0,30	0,19		
7	0,35	0,22		
8	0,40	0,24		
9	0,45	0,25		
10	0,50	0,28		
Σύνολο	$\sum_{i=1}^{10} x_i$	$\sum_{i=1}^{10} y_i$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i \cdot y_i)$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i^2)$
10				

Γνωρίζοντας ότι :

α) L=0,4 m, d = 0,2 m και V_o = 100 V

β) Σύνολο μετρήσεων N = 10

γ) Η ερμηνεία του συμβόλου της άθροισης Σ είναι:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}$$

δ) Το πεδίο του πυκνωτή είναι ομογενές και επιδρά στα ηλεκτρόνια μόνο κατά τη διάρκεια την κίνησης τους εντός αυτού (δηλ. κατά μήκος της απόστασης *L),* όπως επίσης ότι ομογενές θεωρείται το πεδίο που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια (η απόσταση *l* θεωρείται γνωστή).
ε) Τα ηλεκτρόνια αποκτούν κινητική ενέργεια ($e\cdot V_o$) όπου e το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου, λόγω της επιταχύνουσας διαφοράς δυναμικού V_o
στ) Το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου θεωρούνται γνωστά.
να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:
Α.

Α.1. Να συμπληρωθεί ο *πίνακας των μετρήσεων*.

Α.2. Να αποδείξετε ότι: $u_o = \sqrt{\dfrac{2V_o e}{m}}$ **(1)**

Α.3. Να αποδείξετε ότι : $y_1 = \dfrac{VL^2}{4V_o d}$ **(2)** και $y_2 = \dfrac{VL}{2V_o d}x$ **(3)**

Β.

Β.1. Με τη βοήθεια των σχέσεων:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad \beta = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

υπολογίστε τις παραμέτρους α και β της *ευθείας ελαχίστων τετραγώνων* (είναι η ευθεία που προσαρμόζεται με το βέλτιστο δυνατό τρόπο στα πειραματικά σας δεδομένα (x_i,y_i) και περιγράφει τη συσχέτισή τους):

$$y = \alpha + \beta \cdot x \quad \textbf{(4)}$$

Τι εκφράζει η παράμετρος *α* της *ευθείας ελαχίστων τετραγώνων* στο συγκεκριμένο πείραμα από φυσικής άποψης και τι η παράμετρος *β* ;

Β.2. Λαμβάνοντας υπόψη ότι $y = y_1 + y_2$ **(5)**

και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις **(2)** και **(3)** που αποδείξατε στο (Α) ερώτημα να αποδείξετε ότι:

$$V_1 = \frac{4V_o d}{L^2} a \quad \textbf{(5)} \quad \text{και} \quad V_2 = \frac{2V_o d}{L} \beta \quad \textbf{(6)}$$

και να υπολογίσετε τις τιμές της άγνωστης διαφοράς δυναμικού (V_1 και V_2) όπως προκύπτουν από τις παραμέτρους a και β της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων. Στη συνέχεια να εκτιμήσετε την άγνωστη τάση V ως τη μέση τιμή των V_1 και V_2.

Β.3. Να σχεδιάστε το γράφημα των πειραματικών μετρήσεων, στο οποίο θα συμπεριλάβετε και την ευθεία που προέκυψε από την εφαρμογή της Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων, τιτλοδοτώντας τους άξονες και αναγράφοντας τις κατάλληλες μονάδες σε αυτούς.

ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ
Θερμιονική εκπομπή ονομάζεται η εκπομπή ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο που θερμαίνεται.
Καθ΄ όλη της διάρκεια των πειραμάτων οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις να θεωρηθούν αμελητέες.

Καλή Επιτυχία

http://micro-kosmos.uoa.gr

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιτλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.

http://micro-kosmos.uoa.gr

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

Α. Ο κυβερνήτης βιώνει μηδενική βαρύτητα στην εικόνα/στις εικόνες: ....

Αιτιολόγηση

....

....

....

....

....

Β. Η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των Α και Β είναι: ....

Θέμα 2ο

Α. Σχεδιάστε το σχήμα εδώ

1ος Θερμοδυναμικός Νόμος: ……………………………………….

Β.1. $e =$ ……………………………………………..

Β.2. $e_C =$ ……………………………………………..

Γ.1. $W =$ ……………………………………………..

Β.2. $Q =$ ……………………………………………..

Θέμα 3ο

Α. Η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι ……………………………………………..

http://micro-kosmos.uoa.gr

Β. Η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι …………………………………………..

Γ.1. Όρια ασφαλούς κίνησης σε κυκλική τροχιά:

Ελάχιστη Ταχύτητα :………………………………………………..

Μέγιστη ταχύτητα :……………………………………………………

Γ.2. Ο συνδυασμός των φυσικών μεγεθών για τα οποία το αυτοκινητάκι μπορεί να κινείται με οσοδήποτε μικρή ταχύτητα και παρ' όλα αυτά να παραμένει στην κυκλική τροχιά είναι:

……………………………………………………………………………

Γ.3. Φυσική σημασία (στο τετράδιο σας)

Γ.4. Ο συνδυασμός των φυσικών μεγεθών για τα οποία το αυτοκίνητο μπορεί να κινείται με οσοδήποτε μεγάλη ταχύτητα και παρ' όλα αυτά να παραμένει στην κυκλική τροχιά είναι:

……………………………………………………………………………

Γ.5. Φυσική σημασία (στο τετράδιο σας)

Πειραματικό Μέρος

Α.1. Συμπληρώστε τον πίνακα:

Α/Α (i)	**x_i(m)**	**y_i (m)**	**$x_i \cdot y_i$ (m^2)**	**x_i^2 (m^2)**
1	0,05	0,10		
2	0,10	0,12		
3	0,15	0,14		
4	0,20	0,15		
5	0,25	0,18		
6	0,30	0,19		
7	0,35	0,22		
8	0,40	0,24		
9	0,45	0,25		
10	0,50	0,28		
Σύνολο	$\sum_{i=1}^{10} x_i$	$\sum_{i=1}^{10} y_i$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i \cdot y_i)$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i^2)$
10				

Α.2. Γράψτε την απόδειξη στο τετράδιό σας.

Α.3. Γράψτε την απόδειξη στο τετράδιό σας.

B.1. $\alpha =$………………… $\beta =$…………………

Η παράμετρος α εκφράζει……………………………………………………………………..
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Η παράμετρος β εκφράζει……………………………………………………………………..
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

B.2. Γράψτε την απόδειξη στο τετράδιό σας.

$V_1 =$……………… $V_2 =$……………… $V =$………………

B.3. Σχεδιάστε το γράφημα στο μιλιμετρέ χαρτί.

http://micro-kosmos.uoa.gr

Συνοπτικές Απαντήσεις

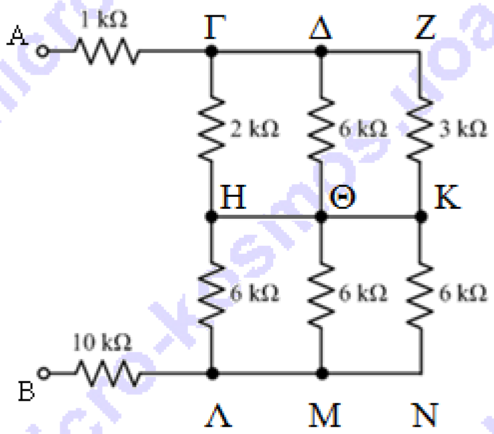
Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ 1°

Α. Ο κυβερνήτης βιώνει μηδενική βαρύτητα μόνο στην κατάσταση που απεικονίζεται στην εικόνα γ. Όταν το διαστημικό σκάφος εκτελεί ελεύθερη πτώση εντός του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Άρη (περίπτωση γ) η κάθετη αντίδραση N του δαπέδου είναι μηδέν και κατά συνέπεια ο κυβερνήτης βιώνει μηδενική βαρύτητα. Στην περίπτωση α ο κυβερνήτης θα βιώνει διπλάσια βαρύτητα και στις δυο θέσεις (Α και Β) ενώ στην περίπτωση β θα βιώνει μηδενική βαρύτητα στη θέση Α αλλά στη θέση Β διπλάσια.

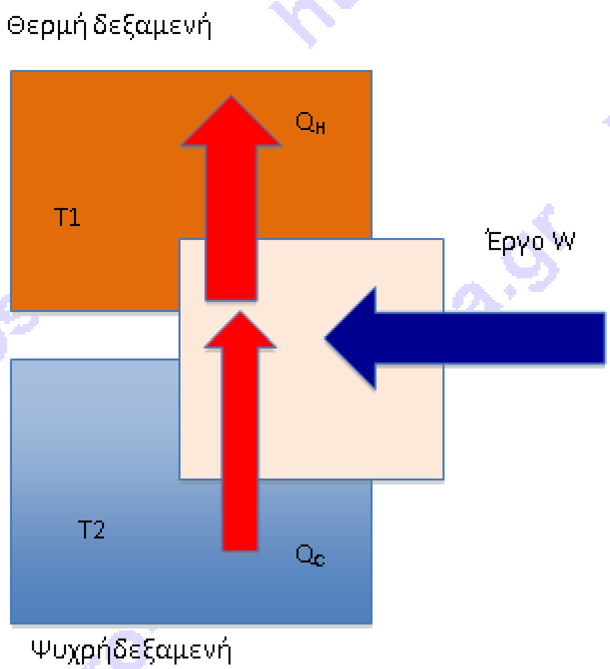
Β. Εφόσον δε μεσολαβεί αντίσταση μεταξύ των Η, Θ και Κ, τα σημεία αυτά βρίσκονται σε ίδιο δυναμικό. Το ίδιο ισχύει και για τα σημεία Γ, Δ και Ζ. Άρα οι αντιστάσεις των κλάδων ΓΗ, ΔΘ και ΖΚ είναι συνδεδεμένες παράλληλα, οπότε βρίσκουμε την ισοδύναμη αντίσταση ίση προς $1K\Omega$.
Το ίδιο ισχύει και για τις αντιστάσεις των κλάδων ΗΛ, ΘΜ και ΚΝ, οι οποίες έχουν ισοδύναμη αντίσταση $2K\Omega$.
Οι δύο αυτές ισοδύναμες αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά με τις αντιστάσεις των κλάδων ΑΓ και ΛΒ. Συνεπώς η ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών ΑΒ είναι:

$$1K\Omega + 1K\Omega + 2K\Omega + 10\ K\Omega = 14\ K\Omega$$



ΘΕΜΑ 2°

Α.



$1^{ος}$ Θ.Ν.: $Q_H = Q_C + W$

Β.

Β.1 Το κλιματιστικό καταναλώνει ενέργεια $W = V \cdot I \cdot t = 230 \cdot 9{,}0 \cdot 3600$ J =

= 7452×10^3 J για αποβάλλει κάθε ώρα έξω από το δωμάτιο θερμότητα

$Q_C = 18000 \cdot 1{,}055 \cdot 10^3$ J = $18990 \cdot 10^3$ J

$$e = \frac{Q_C}{W} = 2{,}5$$

Β.2. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο της Θερμοδυναμικής:

$$Q_C + Q_H = W$$

ή

$$|W| + Q_C = |Q_H|$$

με $Q_C > 0$, $Q_H < 0$ και $W < 0$.

Για το κλιματιστικό ο συντελεστής απόδοσης ορίζεται ως:

$$e_C = \frac{Q_C}{|W|} \Rightarrow e_C = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C}$$

Αφού κατά τη διαγραφή του κύκλου Carnot ισχύει:

$$\frac{Q_C}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H}$$

έπεται ότι:

$$e_C = \frac{T_C}{T_H - T_C} \Rightarrow e_C = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e_C = 19{,}6$$

Γ.1. $W = \frac{Q_C}{e_C} = \frac{5{,}0\,MJ}{19{,}6} = 0{,}26\,MJ$

Γ.2. Επειδή το κλιματιστικό έχει το βέλτιστο συντελεστή απόδοσης, το έργο που δαπανά γίνεται θερμότητα. Έτσι στο περιβάλλον αποβάλλεται, ανά ώρα, θερμότητα:

$$Q = 5{,}0\,MJ + 0{,}26\,MJ = 5{,}26\,MJ$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Οι άξονες που επιλέγουμε για να μελετήσουμε την κίνηση δεν είναι ο παράλληλος και ο κάθετος στο κεκλιμένο επίπεδο, αλλά ένας άξονας πάνω στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς ($x-$άξονας και για την ακρίβεια το επίπεδο της κυκλικής τροχιάς), και ένας κάθετος σε αυτό το επίπεδο. Στον $y-$άξονα δεν παρατηρείται κίνηση, άρα:

$$N\sigma\upsilon\nu\theta = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\theta}$$

Στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς θα πρέπει η συνισταμένη να είναι ίση με την κεντρομόλο, άρα θα πρέπει να ισχύει:

$$N\eta\mu\theta = \frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta}.$$

όπου $R = L\sigma\upsilon\nu\theta$ είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις έπεται:

$$\upsilon = \sqrt{gL\eta\mu\theta}.$$

Β. Επειδή στον κατακόρυφο άξονα το σύστημα επιταχύνεται έπεται:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow N\sigma\upsilon\nu\theta - B = ma_y \Rightarrow N = \frac{3}{2}\frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\theta}.$$

Από τη σχέση της κεντρομόλου έπεται:

$$N\eta\mu\theta = \frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{3}{2}gL\eta\mu\theta}.$$

Γ. Αν η ταχύτητα του σώματος είναι αρκετά μικρή τότε αυτό θα τείνει να ολισθήσει πλάγια, προς το κατώτατο σημείο του οδοστρώματος, άρα η τριβή θα είναι προς την εξωτερική πλευρά.

$$N\sigma\upsilon\nu\theta + T\eta\mu\theta = mg \Rightarrow N\sigma\upsilon\nu\theta + \mu_s N\eta\mu\theta = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\theta + \mu_s\eta\mu\theta}. \quad (1)$$

Στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς θα πρέπει η συνισταμένη να είναι ίση με την κεντρομόλο:

$$N\eta\mu\theta - T\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta}. \quad (2)$$

Επομένως:

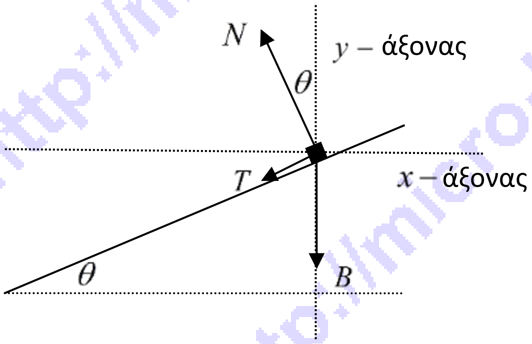
$$N(\eta\mu\theta - \mu_s\sigma\upsilon\nu\theta) = \frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta}. \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1) και (3) έπεται:

$$mg\frac{\eta\mu\theta-\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta+\mu_s\eta\mu\theta}=\frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta}\Rightarrow\upsilon_{\min}=\sqrt{Lg\sigma\upsilon\nu\theta\frac{\eta\mu\theta-\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta+\mu_s\eta\mu\theta}}\,. \qquad (4)$$

Αυτή είναι η ελάχιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το όχημα.

Για τη μέγιστη ταχύτητα:



Το σώμα τείνει να ξεφύγει προς τα έξω, άρα η τριβή ασκείται προς το εσωτερικό της διαδρομής όπως στο σχήμα. Άρα στον $y-$άξονα:

$$N\sigma\upsilon\nu\theta=mg+T\eta\mu\theta\Rightarrow N=\frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\theta-\mu_s\eta\mu\theta}\,. \qquad (5)$$

Στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς έχουμε:

$$N\eta\mu\theta+T\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{m\upsilon^2}{R}=\frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta}\Rightarrow N(\eta\mu\theta+\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta)=\frac{m\upsilon^2}{L\sigma\upsilon\nu\theta} \qquad (6)$$

και με αντικατάσταση της (5):

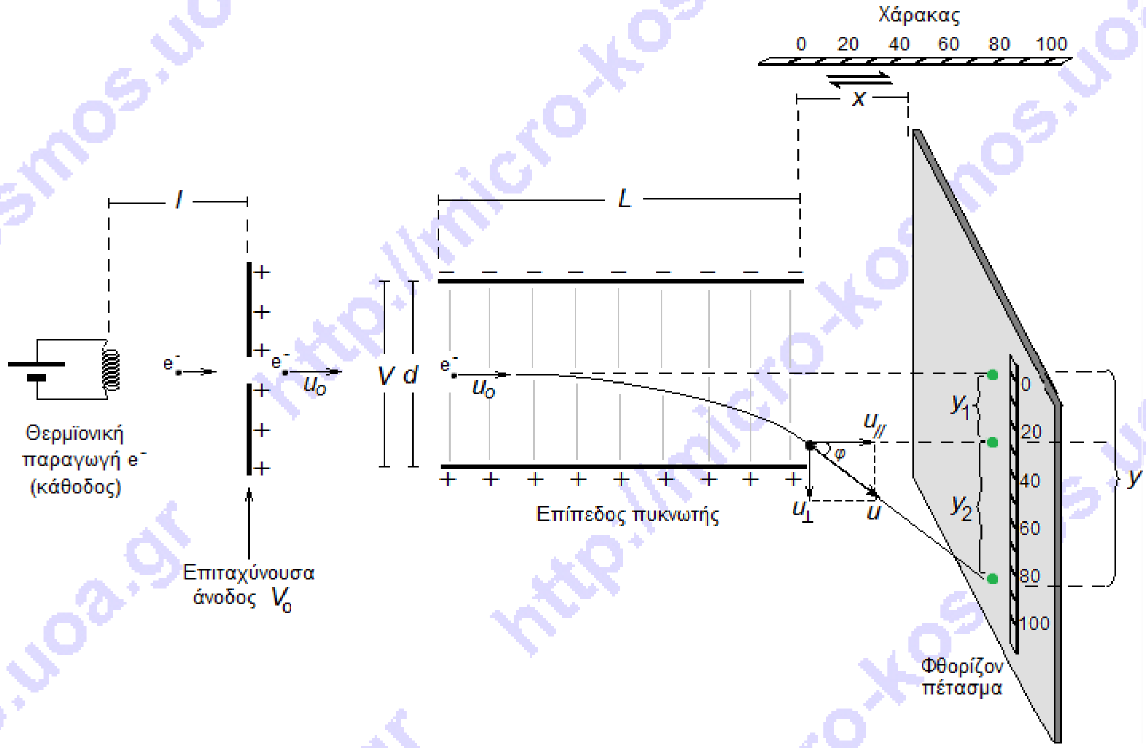
$$\upsilon_{\max}=\sqrt{Lg\sigma\upsilon\nu\theta\frac{\eta\mu\theta+\mu_s\sigma\upsilon\nu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta-\mu_s\eta\mu\theta}}\,. \qquad (7)$$

Άρα το κινητό μπορεί να έχει οποιαδήποτε ταχύτητα μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης ώστε να παραμένει σε κυκλική τροχιά.

Για να τείνει η ελάχιστη ταχύτητα στο μηδέν, και παρ' όλα αυτά να παραμένει σε κυκλική τροχιά, θα πρέπει όπως φαίνεται από τη σχέση (4) να ισχύει $\mu_s=\varepsilon\varphi\theta$. Πράγματι, όπως γνωρίζουμε, σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, όταν ισχύει η προηγούμενη σχέση, τότε το σώμα ισορροπεί. Για να λαμβάνει η ταχύτητα οποιαδήποτε δυνατή τιμή, θα πρέπει $\mu_s=1/\varepsilon\varphi\theta$.

http://micro-kosmos.uoa.gr

Πειραματικό Μέρος



Γνωρίζοντας ότι:

α) L=0,4 m, d = 0,2 mκαιV_o = 100 V

β) Σύνολο μετρήσεων N=10

γ) Η ερμηνεία του συμβόλου «άθροισμα» είναι:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}$$

δ) Το πεδίο του πυκνωτή είναι ομογενές και επιδρά στα ηλεκτρόνια μόνο κατά τη διάρκεια την κίνησης του εντός αυτού (απόσταση L),όπως επίσης ομογενές θεωρείται το πεδίο που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια (η απόσταση l θεωρείται γνωστή).

ε) Τα ηλεκτρόνια αποκτούν κινητική ενέργεια (e·V_o) όπου e το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου, λόγω της επιταχύνουσας διαφοράς δυναμικού V_o

στ) Το φορτίο e και η μάζα m του ηλεκτρονίου θεωρούνται γνωστά.

απαντούμε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Α.

Α.1. Συμπληρώνουμε τον *πίνακα των μετρήσεων*.

Α/Α (i)	x_i(m)	y_i (m)	$x_i \cdot y_i$ (m^2)	x_i^2 (m^2)
1	0,05	0,10	0,005	0,0025
2	0,10	0,12	0,012	0,01
3	0,15	0,14	0,021	0,0225
4	0,20	0,15	0,030	0,04
5	0,25	0,18	0,045	0,0625
6	0,30	0,19	0,057	0,09
7	0,35	0,22	0,077	0,1225
8	0,40	0,24	0,096	0,16
9	0,45	0,25	0,1125	0,2025
10	0,50	0,28	0,140	0,25
Σύνολο	$\sum_{i=1}^{10} x_i$	$\sum_{i=1}^{10} y_i$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i \cdot y_i)$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i^2)$
10	2,75	1,87	0,5955	0,9625

Α.2. Ένα ηλεκτρόνιο της δέσμης αρχικά έχει αμελητέα κινητική ενέργεια. Υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου επιτάχυνσης $F = eE$, όπου $E = \frac{V_o}{l}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Έτσι ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση του ηλεκτρονίου $F = ma$ γίνεται $e\frac{V_o}{l} = ma$ ή $a = \frac{eV_o}{ml}$.

Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ισχύει $u_o = \sqrt{2al}$ άρα

$$u_o = \sqrt{\frac{2eV_o}{m}} \quad \textbf{(1)}$$

Α.3. Μόλις το ηλεκτρόνιο εισέλθει με ταχύτητα u_o κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πυκνωτή θα δεχτεί δύναμη από το πεδίο κάθετη στην ταχύτητά του. Συνεπώς θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση (όπως στην οριζόντια βολή εντός βαρυτικού πεδίου). Οι εξισώσεις κίνησης είναι ανάλογες. Αναλύουμε την κίνηση σε άξονα x'x κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου του πυκνωτή και παράλληλο προς την αρχική διεύθυνση κίνησης του ηλεκτρονίου, και σε ένα άξονα y'y κάθετο στον πρώτο. Έτσι για την κίνηση επί του x'x ισχύουν τα εξής: $u_o = \frac{L}{t}$ άρα $t = \frac{L}{u_o}$ και λόγω της (1) γίνεται $t = \frac{L}{\sqrt{\frac{2eV_o}{m}}}$ **(2)**

Για την κίνηση στον y'y έχουμε: $y_1 = \frac{1}{2}at^2$ και λόγω της (2) γίνεται:

$y_1 = \frac{1}{2}a\left(\frac{L}{\sqrt{\frac{2eV_o}{m}}}\right)^2$ και επειδή $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eV}{md}$ έχουμε τελικά

$$y_1 = \frac{VL^2}{4V_o d} \textbf{ (3)}$$

Επίσης επειδή από τη γεωμετρία της διάταξης στο ορθογώνιο τρίγωνο που δημιουργείται από τις ***u***$_{//}$=***u***$_o$, ***u***$_\perp$ και ***u*** , έχουμε $y_2 = x \cdot \varepsilon\varphi\varphi = x\frac{\boldsymbol{u}\perp}{\boldsymbol{u}//}$ ή

$$y_2 = x\frac{\boldsymbol{u}\perp}{\boldsymbol{uo}} \textbf{ (4)}$$

Όμως λόγω της επιταχυνόμενης κίνησης του ηλεκτρονίου στον y'y αξονα έχουμε

$u\perp = at$**(5)** , $a = \frac{eV}{md}$ **(6)** και $t = \frac{L}{u_o}$ **(7)** όπως δείξαμε προηγουμένως.

Επομένως λόγω των **(1)**, **(5), (6)** και **(7)**, η **(4)** γίνεται με αντικατάσταση:

$$y_2 = \frac{VL}{2V_o d}x$$

Β.

Β.1.

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad \beta = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$y = \alpha + \beta \cdot x \textbf{ (8)}$$

Από τις τιμές της τελευταίας γραμμής του πίνακα που συμπληρώσαμε στο (Α) έχουμε:

α =0,0787 m και ***β = 0,3939***.

Από φυσικής άποψης η παράμετρος *α* της *ευθείας ελαχίστων τετραγώνων* στο συγκεκριμένο πείραμα εκφράζει την κάθετη (ως προς την αρχική διεύθυνση κίνησης) απόκλιση y_1 της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του πεδίου του πυκνωτή, τη στιγμή ακριβώς της εξόδου της από αυτόν (x=0).

Η παράμετρος β εκφράζει το λόγο $\frac{\boldsymbol{u}^{\perp}}{\boldsymbol{u}\boldsymbol{o}}$ και επομένως χαρακτηρίζει τη διεύθυνση εξόδου της δέσμης από τον πυκνωτή.

B.3. Λαμβάνοντας υπόψη ότι

$$y = y_1 + y_2 = \frac{VL^2}{4V_o d} + \frac{VL}{2V_o d}x \quad \textbf{(9)}$$

και συγκρίνοντας την με τη σχέση (8) βρίσκουμε ότι

$$\alpha = \frac{VL^2}{4V_o d} \quad \text{και} \quad \beta = \frac{VL}{2V_o d}$$

οπότε επιλύοντας ως προς V (συμβολίζουμε V_1 και V_2 για την πρώτη και για τη δεύτερη σχέση αντίστοιχα) παίρνουμε

$$V_1 = \frac{4V_o d}{L^2}\alpha \ \textbf{(10)} \qquad \text{και} \qquad V_2 = \frac{2V_o d}{L}\beta \ \textbf{(11)}$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα υπολογίζουμε τις τιμές V_1=39,33 V και V_2=39,39 V και η μέση τιμή $V = \frac{V_1+V_2}{2}$ υπολογιζεται ως :

$$\boldsymbol{V = 39{,}4\ V}$$

Το διάγραμμα των πειραματικών σημείων και η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων: