1.	Δορυφόρος μάζας $m = 300Kg$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Κάποια στιγμή λόγω εσωτερικής έκρηξης διασπάται σε δύο τμήματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το $Σ_2$ αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, ενώ το $Σ_1$ συνεχίζει να εκτελεί κίνηση στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτή που ήταν πριν την έκρηξη, αλλάζοντας κατεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:
	4.1. το μέτρο της ορμής του δορυφόρου στο ύψος αυτό.
	4.2. το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος $Σ_2$ μετά την έκρηξη.
	4.3. τον λόγο των μαζών m_1/m_2.
	4.4. την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.
	Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 64 \cdot 10^5\,m$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\,m/s^2$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.
2.	Ένας δορυφόρος Α, μάζας $m_1 = 300Kg$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνειά της, όπου $R_Γ$, η ακτίνα της Γης. Να υπολογίσετε:
	4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.
	4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω, με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.
	4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $m = 2Kg$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.
	Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $m_2 = 100Kg$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.
	4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.
	Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 64 \cdot 10^5\,m$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\,m/s^2$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.
3.	Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 10^4\ Kg$ και $m_2 = 9 \cdot 10^4\ Kg$ αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση $r = 10\ Km$. Να υπολογίσετε: **4.1.** το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους. **4.2.** την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2\ Km$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε: **4.3.** τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2, των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β. **4.4.** τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2, όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r', αντίστοιχα. Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$.

4. Οι αστέρες νετρονίων είναι το αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης τεράστιων αστέρων, συνήθως στο τέλος της ζωής τους. Εκτός από τις μαύρες τρύπες, είναι τα πιο πυκνά ουράνια σώματα του Σύμπαντος. Περιστρέφονται πάρα πολύ γρήγορα. Ένας από τους πιο ενδιαφέροντες αστέρες νετρονίων είναι ο PSR J1748-2446ad, ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με συχνότητα περίπου $700\ Hz$. Η ακτίνα του είναι περίπου $10\ km$, ενώ η μάζα του M είναι τέτοια ώστε $GM = 2 \times 10^{20}\ Nm^2/kg$ (είναι περίπου μιάμιση φορά μεγαλύτερη από τη μάζα του Ήλιου).

Αναπαράσταση αστέρα νετρονίων
Πηγή: European Southern Observatory (ESO)

4.1. Υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα που θα είχε ένα αντικείμενο το οποίο θα τοποθετούσαμε και θα αφήναμε ακίνητο στον ισημερινό της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, μόνο λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του.

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση που θα έπρεπε να έχει το αντικείμενο του ερωτήματος 4.1 λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του, και αναφέρετε την κατεύθυνσή της. Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση $\pi^2 \cong 10$.

4.3. Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων, και συγκρίνετέ την με την αντίστοιχη της Γης.

4.4. Στην πραγματικότητα δεν θα ήταν δυνατό να τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων (λόγω της υπερβολικά ισχυρής βαρυτικής έλξης και των ακτινοβολιών), αλλά θα μπορούσαμε να το αφήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα από πάρα πολύ μεγάλη απόσταση, ώστε να κινηθεί μόνο υπό την επίδραση της βαρυτικής έλξης του αστέρα νετρονίων και να φτάσει έτσι στην επιφάνειά του. Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων.

5. Παρακολουθώντας συχνά στις ειδήσεις της τηλεόρασης την κίνηση ενός μεταγωγικού διαστημικού οχήματος βλέπουμε να ξεκινά όχι με ιδιαίτερα γρήγορο τρόπο! Θα περίμενε κανείς να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα πολύ μεγάλη της τάξης της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Αντιθέτως όμως παρατηρούμε να ανεβαίνει εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημά μας θα περιγράψουμε με «επιστημονικό τρόπο» τα βήματα της κίνησης ενός υποθετικού διαστημικού οχήματος.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το διαστημικό όχημα βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, πυροδοτείται και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση a με μηδενική αρχική ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή t τα καύσιμα του τελειώνουν και βρίσκεται σε ύψος $h = 6400\,Km$ από την επιφάνεια της Γης. Εκεί έχει αποκτήσει την ελάχιστη απαιτούμενη ταχύτητα (ταχύτητα διαφυγής) για να εγκαταλείψει στη συνέχεια το γήινο βαρυτικό πεδίο.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του διαστημικού οχήματος υ στο ύψος h.

4.2. Το χρόνο t της κίνησής του έως τη θέση σε ύψος h.

Αν στο ύψος αυτό εκτελεί κυκλική τροχιά ένας δορυφόρος Δ ο οποίος τη στιγμή της εκτόξευσης βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση να υπολογίσετε:

4.3. Την ταχύτητα υ περιστροφής του δορυφόρου.

4.4. Την περίοδο T του δορυφόρου και την πιθανότητα να συγκρουστεί με το διαστημόπλοιο.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$, η ακτίνα της Γης $R = 6400\ Km$. Επίσης δίνεται ότι το γινόμενο $GM = g_0\, R^2$ όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και M είναι η μάζα της Γης.

Η γη θεωρείται ακίνητη και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.