Επαναληπτικα – Συνδυαστικα Θεματα

Β' ΘΕΜΑΤΑ

316. Δύο σωματίδια Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 και θετικά φορτία q_1και q_2 αντίστοιχα συγκρατούνται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε τέτοιες θέσεις ώστε η μεταξύ τους αρχική απόσταση να είναι r. Αν τα σωματίδια αφεθούν ταυτόχρονα ελεύθερα αποκτούν τελικά ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 4 \cdot 10^{-2}\frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-2}\frac{m}{s}$ αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει $4 \cdot r$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δυο σωματιδίων, όταν βρίσκονται σε απόσταση $4 \cdot r$ θα είναι ίσος με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$, **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$, **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

317. Δύο δορυφόροι της Γης Δ_1 και Δ_2 με μάζες $\mathrm{m_1 = m}$ και $\mathrm{m_2 = 4m}$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες $\mathrm{r_1}$ και $\mathrm{r_2}$ αντίστοιχα. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_1 είναι τετραπλάσιο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_2, τότε οι ακτίνες $\mathrm{r_1}$ και $\mathrm{r_2}$ των τροχιών των δορυφόρων συνδέονται με τη σχέση:

(α) $\mathrm{r_1 = r_2/2}$, **(β)** $\mathrm{r_1 = r_2/4}$, **(γ)** $\mathrm{r_1 = 2 \cdot r_2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

318. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

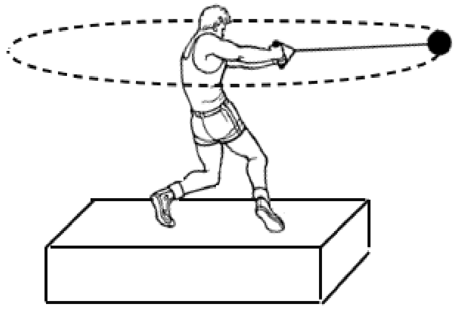
319. Ένα μπαλόνι περιέχει αέριο ήλιο. Τα μόρια του αερίου συγκρούονται μεταξύ τους και μετά από κάθε κρούση μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του μπαλονιού η ορμή τους αυξάνεται ή μειώνεται. Το μέγεθος του μπαλονιού:

(α) αυξάνεται **(β)** μειώνεται **(γ)** παραμένει σταθερό.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

Δ’ ΘΕΜΑΤΑ

320. Η σφυροβολία είναι από τα παλαιότερα αθλήματα των σύγχρονων Ολυμπιακών Αγώνων. Η σφύρα αποτελείται από μία σφαίρα μάζας $4\ kg$ η οποία είναι δεμένη σε σύρμα, το οποίο έχει πολύ μικρότερη (αμελητέα) μάζα σε σχέση με τη σφαίρα. Αθλήτρια της σφυροβολίας, καθώς προπονείται, περιστρέφει τη σφύρα σε οριζόντιο επίπεδο ώστε η σφαίρα να κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας $1{,}5\ m$, με ταχύτητα σταθερού μέτρου $15\ m/s$.



4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται η σφαίρα για να εκτελέσει μία πλήρη περιστροφή καθώς και την γωνιακή της ταχύτητα. ***Μονάδες 6***

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση της σφαίρας και την κεντρομόλο δύναμη η οποία την αναγκάζει να εκτελεί την περιστροφή και εξηγήστε ποια (ή ποιες) από τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφύρα παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης. ***Μονάδες 7***

Κατά λάθος, η αθλήτρια αφήνει ελεύθερη τη σφύρα, ενώ αυτή περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $1{,}8\ m$ από το έδαφος. Μπορούμε να θεωρήσουμε πως η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, θεωρώντας αμελητέα την επίδραση του σύρματος στην κίνησή της και θεωρώντας επίσης αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

4.3. Υπολογίστε πόσο χρόνο θα χρειαστεί η σφαίρα για να φτάσει στο έδαφος, και ποια είναι η οριζόντια απόσταση από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερη του σημείου που θα φτάσει. ***Μονάδες 6***

4.4 Υπολογίστε την εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας με το οριζόντιο επίπεδο όταν η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος. ***Μονάδες 6***

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

321. Δύο φορτισμένες επίπεδες πλάκες (οπλισμοί) με αντίθετα φορτία δημιουργούν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι $\mathrm{V} = 2400\mathrm{V}$ και η μεταξύ τους απόσταση $\mathrm{L} = 1{,}2\mathrm{m}$. Σε σημείο Α, που απέχει $\mathrm{x} = 20\mathrm{cm}$ από την θετικά φορτισμένη πλάκα αφήνεται σώμα με φορτίο $\mathrm{q} = +2\mathrm{C}$ και μάζα $\mathrm{m} = 20\mathrm{g}$. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται.

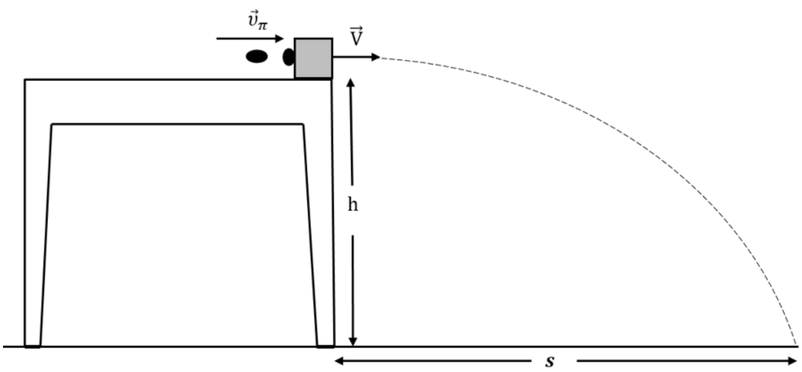
4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου και να μελετήσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το φορτίο. ***Μον.5***

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του φορτίου σε ένα σημείο Γ, όταν θα έχει διανύσει απόσταση $(\mathrm{A\Gamma}) = 0{,}625\mathrm{m}$ μέσα στο πεδίο. ***Μονάδες 7***

4.3. Στο σημείο εκείνο τοποθετείται αφόρτιστο σώμα μάζας $\mathrm{M} = 480\mathrm{g}$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το κινούμενο φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος. ***Μονάδες 6***

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία φθάνει το συσσωμάτωμα στην απέναντι πλάκα. ***Μονάδες 7***

322. Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας $M = 30\ \mathrm{g}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος $h\ =\ 0{,}8\ \mathrm{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = 10\ \mathrm{g}$, έτσι ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα υ_π με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση $s =\ 0{,}8\ \mathrm{m}$ από το σημείο βολής.



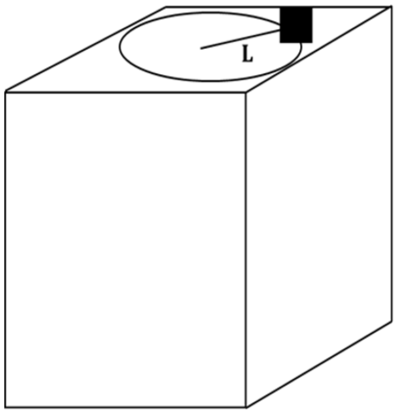
4.1. Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

4.2. Ποια η ταχύτητα υ_π με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα; **Μονάδες 5**

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα λόγω της κρούσης. **Μονάδες 6**

4.4. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία $\varphi = 45^{\,0}$ ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί η γωνία αυτή με απλή παρατήρηση, ώστε να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του μαθητή. Με τα δεδομένα που έχετε και τα αποτελέσματα, πού έχουν προκύψει από τα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιο από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό, στο οποίο πρέπει να καταλήξετε;
Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα & δίνεται: $\varepsilon\varphi 45^0 = 1$
(α) $\varphi = 45^{\,0}$, **(β)** $\varphi < 45^{\,0}$, **(γ)** $\varphi > 45^{\,0}$ **Μονάδες 8**

323. Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20\,\mathrm{m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3\,\mathrm{kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο επάνω στην επιφάνεια της ταράτσας. Το κουτί κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\,\mathrm{m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρονικό διάστημα $0{,}2 \cdot \pi\,\mathrm{s}$. Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται, ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει, να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.

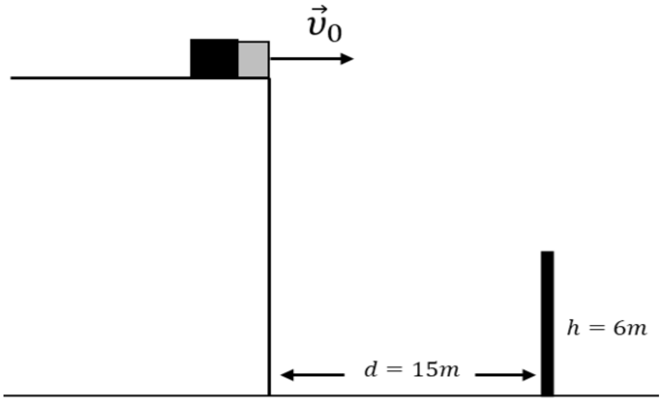


4.1. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού με το οποίο είναι δεμένο το κουτί A.
Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα, καθώς και πόσο μακριά από την βάση του κτιρίου, το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος.
Μονάδες 8

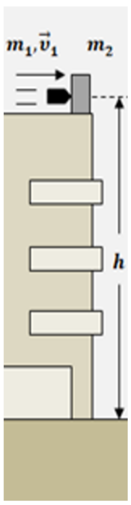
4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση). **Μον.6**

4.4. Έστω ότι σε απόσταση $d = 15\,\mathrm{m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6\,\mathrm{m}$. Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν. **Μονάδες 7**

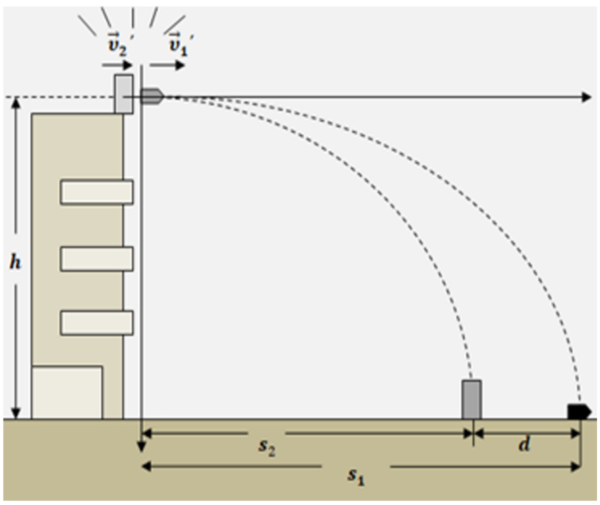


Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A επάνω στην ταράτσα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

324. Ένα μικρό βλήμα, μάζας $m_1 = 50\,\mathrm{g}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 84\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με ένα μικρό κιβώτιο, μάζας $m_2 = 200\,\mathrm{g}$, το οποίο είναι αρχικά ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, με μια κρούση ασήμαντης διάρκειας, βγαίνει από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$, ενώ το κιβώτιο έχει αποκτήσει και αυτό οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2{}'$. Τα δύο σώματα έχουν ασήμαντες διαστάσεις σε σχέση με το χώρο στον οποίο κινούνται, ώστε να μπορούν να θεωρηθούν σημειακά αντικείμενα. Το σημείο της κρούσης είναι σε



Ακριβώς πριν την κρούση



Ακριβώς μετά την κρούση

ύψος $h = 20\ \mathrm{m}$ από το οριζόντιο έδαφος στη βάση του κτιρίου και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν στις κινήσεις των δύο σωμάτων. Τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές και κτυπούν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν μεταξύ τους $d = 8\ \mathrm{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
Να υπολογίσετε:

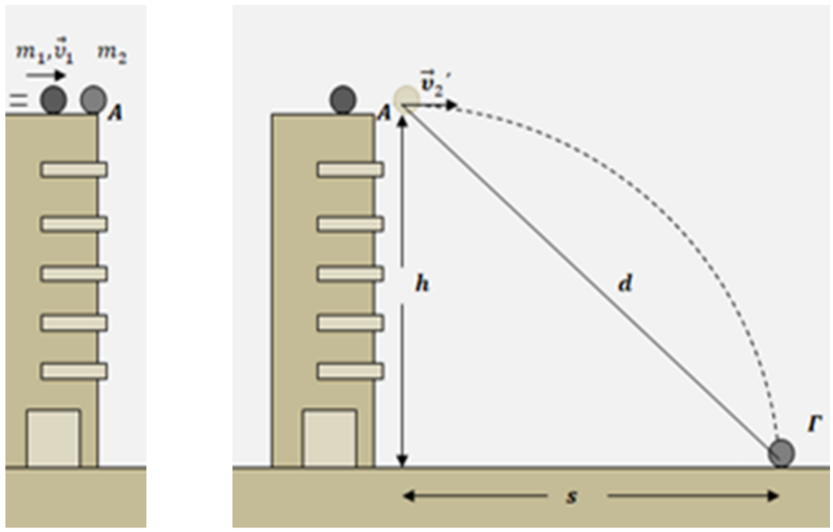
4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής κάθε σώματος, από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος. ***Μονάδες 6***

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_2{}'$ των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση. ***Μονάδες 7***

4.3. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης. ***Μονάδες 6***

4.4. Τις οριζόντιες αποστάσεις s_1, s_2 στις οποίες έφτασαν τα δύο σώματα πάνω στο έδαφος. ***Μονάδες 6***

325. Μια μικρή σφαίρα (2), μάζας m_2, είναι ακίνητη στο άκρο της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου (σημείο Α), σε ύψος $h = 20\ m$ από το οριζόντιο έδαφος. Δεύτερη μικρή σφαίρα (1), μάζας m_1, κινείται ευθύγραμμα ολισθαίνοντας στο παγωμένο δάπεδο της ταράτσας, το οποίο είναι εντελώς λείο, με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται μετωπικά με την ακίνητη σφαίρα (2). Μετά τη σύγκρουση η σφαίρα (2) εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε σημείο Γ, το οποίο απέχει από το Α απόσταση $(A\Gamma) = d = 25\ m$. Αν δίνεται ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση $m_2 = 2 \cdot m_1$ και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, να υπολογίσετε:



Ακριβώς πριν την σύγκρουση

Μετά την σύγκρουση

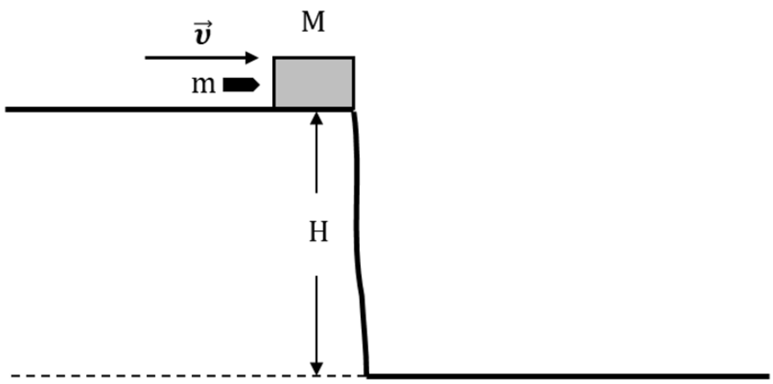
4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής της σφαίρας (2), από το σημείο Α μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος, στο σημείο Γ. ***Μονάδες 6***

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2{}'$ που απέκτησε η σφαίρα (2) αμέσως μετά τη κρούση της σφαίρας (1) πάνω της. ***Μονάδες 7***

4.3. Την ταχύτητα της σφαίρας (1) αμέσως μετά την κρούση. ***Μονάδες 6***

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η σφαίρα (1) πριν την κρούση, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση των δύο σφαιρών. ***Μονάδες 6***

326. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 1{,}95\ \mathrm{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας, η οποία βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ \mathrm{m}$, πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 50\ \mathrm{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ’ αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και καταλήγει στη θάλασσα. Να υπολογίσετε:



4.1. Την ταχύτητα V_Σ του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

4.2. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης. **Μονάδες 7**

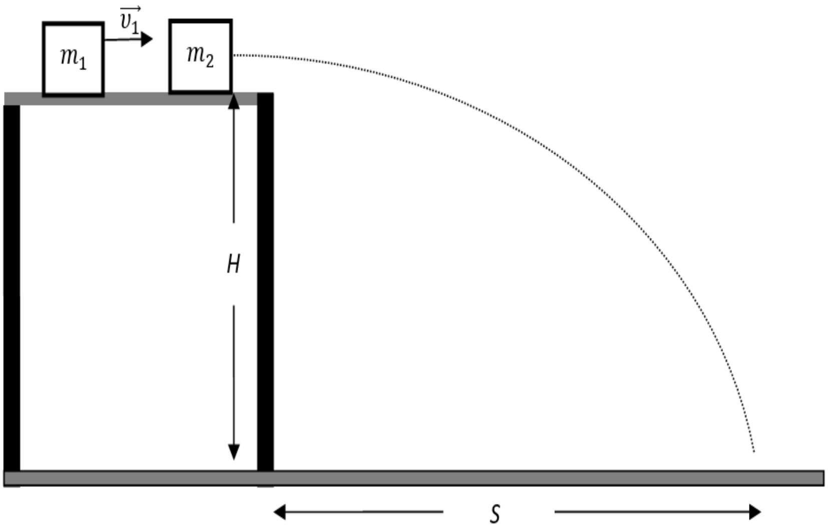
4.3. Τη χρονική διάρκεια της καθόδου του συσσωματώματος, μέχρις αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

4.4. Την οριζόντια απόσταση s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), μέχρις ότου φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας. **Μονάδες 6**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$ και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

327. Σώμα μάζας $m_1 = 4\,kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας $m_2 = 6\,kg$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma = 1\frac{m}{s}$ και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}4\,m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε.



4.1. Ποιος είναι ο χρόνος t που χρειάζεται να φθάσει στο έδαφος. ***Μονάδες 6***

4.2. Να βρεθεί το ύψος H. ***Μονάδες*** **6**

4.3. Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος m_1 πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα μάζας m_2. ***Μονάδες*** **5**

4.4. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του. ***Μονάδες 8***

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\,m/s^2$. Και τα δύο σώματα θεωρούνται μικρών διαστάσεων και σημειακά.

328. Ένα τρενάκι αποτελείται από δύο μικρά βαγόνια και μπορεί να κινείται σε κυκλικές ράγες ακτίνας $r = \frac{2}{\pi}\,m$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο περιστροφής $T = 2\,sec$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής του τρένου. **Μονάδες 6**

Κάποια χρονική στιγμή το τρένο υφίσταται μια μικρή έκρηξη και τα δύο βαγόνια αποχωρίζονται μεταξύ τους, ενώ συνεχίζουν να κινούνται στις κυκλικές ράγες. Η μάζα και των δύο μαζί είναι $m = 3\,kg$ ενώ η μάζα του μπροστινού βαγονιού είναι $m_1 = 1\,kg$. Το μπροστινό βαγόνι μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 12\,\frac{m}{s}$ στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική κατεύθυνση κίνησης του τρένου.

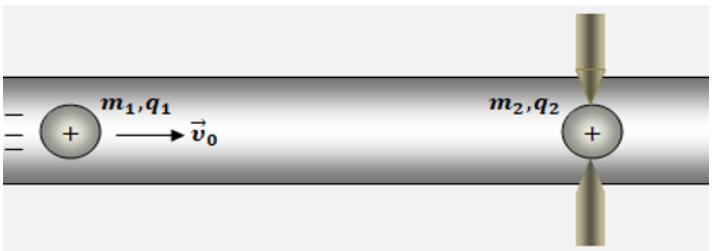
4.2. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας υ_2 του άλλου βαγονιού. **Μονάδες 6**

4.3. Να βρείτε το ποσό της ενέργειας Q που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη. **Μονάδες 6**

4.4. Πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά, μετά την έκρηξη; Οι ταχύτητες μετά την έκρηξη έως και την πρώτη συνάντηση έχουν σταθερό μέτρο. **Μονάδες 7**

Στην επίλυση του προβλήματος θεωρούμε τα βαγόνια ως υλικά σημεία.

329. Κατά την εξέλιξη ενός πειράματος, σε σωλήνα κενού, ένα μικρό σωματίδιο (1) μάζας $m_1 = 70\,\mu g$, φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q_1 = 7\,\mu C$ κινείται ευθύγραμμα εναντίον άλλου σωματιδίου (2) μάζας $m_2 = m_1$, φορτισμένου με το ίδιο ακριβώς ηλεκτρικό φορτίο ($q_2 = q_1$). Αρχικά το σωματίδιο (2) συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό και το σωματίδιο (1) έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^4\,\frac{m}{s}$ όταν βρίσκεται αρκετά μακριά από το σωματίδιο (2), ώστε να μην αλληλεπιδρούν, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το κινούμενο σωματίδιο (1) επιβραδύνεται από την ηλεκτρική άπωση που δέχεται από το (2), καθώς πλησιάζει προς αυτό. Όταν το σωματίδιο (1) έχει πλησιάσει το ακίνητο σωματίδιο (2) σε απόσταση d_1, έχει υποδιπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του $\left(\upsilon_1 = \frac{\upsilon_0}{2}\right)$ και ακριβώς εκείνη τη στιγμή ο μηχανισμός απελευθερώνει το σωματίδιο m_2, το οποίο πλέον κινείται ελεύθερα εξαιτίας μόνο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο φορτισμένων σωματιδίων. Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση d_1. ***Μονάδες 6***

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων, στη διάρκεια της παραπάνω αλληλεπίδρασης μεταξύ τους. ***Μονάδες 6***

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας των σωματιδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. ***Μονάδες 6***

4.4. Την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σωματίδια. ***Μονάδες 7***

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις, μαγνητικά πεδία εξαιτίας της κίνησης των φορτισμένων σωματιδίων αγνοούνται και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

330. Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) με μάζες $m_1 = 2\ \mathrm{g}$ και $m_2 = 4\ \mathrm{g}$ αντίστοιχα, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε θέσεις τέτοιες, ώστε τα κέντρα τους να απέχουν μεταξύ τους $r = 3\ \mathrm{cm}$. Τα δύο σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) είναι ηλεκτρικά φορτισμένα με φορτία $Q_1 = 4\ \mu\mathrm{C}$ και $Q_2 = 9\ \mu\mathrm{C}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα και αρχίζουν να κινούνται εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 3\ \mathrm{cm}$. **Μονάδες 6**

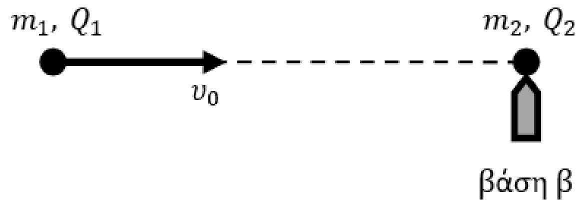
4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η μεταξύ τους απόσταση έχει διπλασιαστεί. **Μονάδες 7**

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1. **Μονάδες 6**

4.4. Αν εκτοξεύαμε τα δύο σφαιρίδια από άπειρη απόσταση, το ένα προς το άλλο, πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, ποια θα έπρεπε να είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους ώστε να φτάσουν σε ελάχιστη απόσταση 3 cm με μηδενικές ταχύτητες; **Μονάδες 6**

Να θεωρήσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις του αέρα. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό (αέρα) $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$.

331. Ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο (Σ_1), μάζας $m_1 = 16 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{kg}$ με ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 = 7 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$, βάλλεται εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου (Σ_2), ίσης μάζας $(m_1 = m_2 = m)$ και διπλάσιου φορτίου $(Q_2 = 2Q_1)$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 100\ \mathrm{m/s}$, όπως στο διπλανό σχήμα. Το σωματίδιο (Σ_2) είναι στερεωμένο πάνω σε μονωτική βάση β και η αρχική απόσταση των δύο σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να θεωρούμε ότι δεν αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά μεταξύ τους όταν εκτοξεύεται το σωματίδιο (Σ_1) προς το σωματίδιο (Σ_2). Τη στιγμή που η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) έχει γίνει η μισή της αρχικής, λόγω της ηλεκτρικής άπωσης η βάση β παύει να συγκρατεί το σωματίδιο (Σ_2) και αυτό μπορεί να κινείται ελεύθερο, χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία. Να υπολογίσετε:



4.1. Την απόσταση r_1 μεταξύ των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_2) ξεκόλλησε από τη βάση β και άρχισε να κινείται. **Μονάδες 6**

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. **Μ.6**

4.3. Την ελάχιστη απόσταση r_2, στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια. **Μονάδες 7**

4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων από τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_1) βάλλεται εναντίον του σωματιδίου (Σ_2), μέχρι τη στιγμή που πλησίασαν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές είναι αμελητέες.

332. Τα σωματίδια Α και Β συγκρατούνται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σωματίδια έχουν ίσα θετικά φορτία $Q = q$ μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U και αφήνονται να κινηθούν.

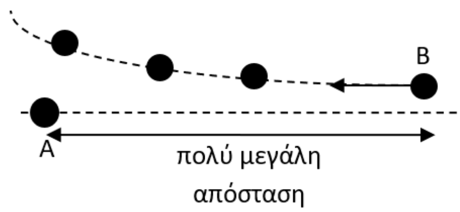
4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων που έχουν κάθε χρονική στιγμή τα δύο σωματίδια είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον λόγο των μαζών τους. ***Μονάδες 5***

4.2. Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του Β, σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α (σε απόσταση τόση ώστε τα σωματίδια πρακτικά δεν αλληλεπιδρούν), δίνεται από τη σχέση:

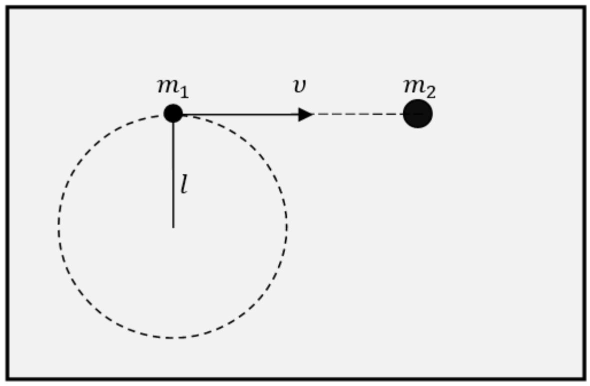
$$K_B = \frac{m_A}{m_A+m_B} \cdot U$$ ***Μονάδες 8***

4.3. Για αυτό το ερώτημα υποθέτουμε πως η μάζα του Α είναι πολύ μεγαλύτερη της μάζας του Β ($m_A \gg m_B$), ώστε στους υπολογισμούς η μάζα του Β να θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του Α. Να υπολογίσετε, αξιοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2. ή με όποιον άλλο τρόπο σκεφτείτε, τις κινητικές ενέργειες των Α και Β όταν βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. ***Μονάδες 7***

4.4. Όταν το Β φθάνει σε μεγάλη απόσταση από το Α, το εκτοξεύουμε και πάλι προς τα πίσω, όχι όμως ακριβώς στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια αλλά λίγο έκκεντρα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα που αποτελεί κάτοψη του επιπέδου στο οποίο γίνεται η κίνηση. Εξηγήστε γιατί το Β θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλο σχήμα. ***Μονάδες 5***



333. Ένα σώμα, μάζας $m_1 = 0{,}2$ kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο διπλανό σχήμα). Το μήκος του νήματος είναι $l = 0{,}5$ m και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο $\upsilon = 10$ m/s.

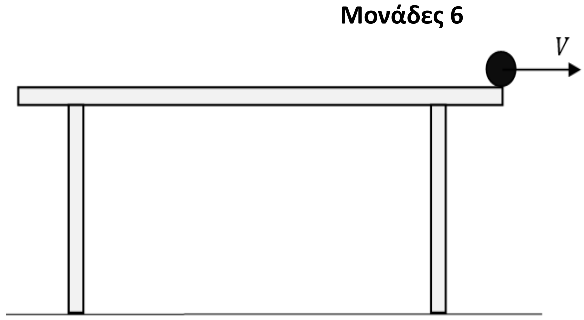


4.1. Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα ω, η περίοδος T και η κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ του σώματος. **Μονάδες 6**

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στην πορεία του συναντάει δεύτερο ακίνητο σώμα από πλαστελίνη μάζας $m_2 = 0{,}8$ kg και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

4.2. Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα. **Μονάδες 6**

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι $s = 0{,}8$ m.



4.3. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού. **Μονάδες 6**

4.4. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι $\upsilon_\sigma = \sqrt{2} \cdot V$, όπου V η ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει το τραπέζι το συσσωμάτωμα. **Μον.7**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2. Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

334. Μία μπάλα εκτοξεύεται από την ταράτσα ενός κτιρίου, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = \frac{20m}{s}$ και κατεύθυνση ένα γειτονικό κτήριο που απέχει $d = 30m$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

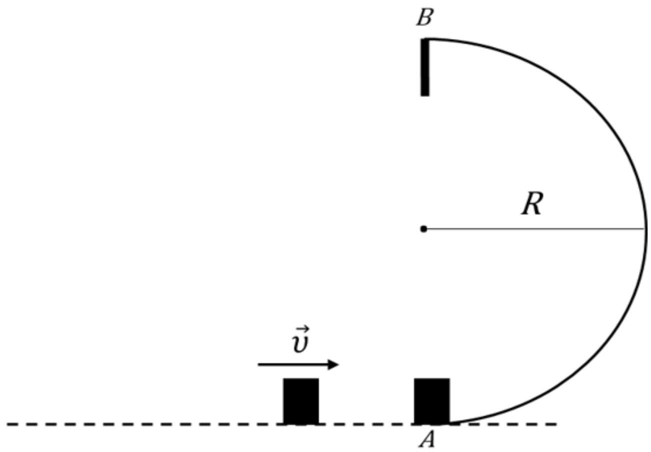
4.1. πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα να χτυπήσει το γειτονικό κτήριο. ***Μονάδες 6***

4.2. πόσο απέχει το σημείο που χτύπησε η μπάλα το απέναντι κτήριο από το έδαφος; ***Μονάδες 6***

4.3. ποιο είναι το μέτρο της ορμής της όταν συναντάει το απέναντι κτήριο, αν η μπάλα έχει μάζα m=0,5Kg; ***Μονάδες 7***

4.4. ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, με την οποία πρέπει να βληθεί η μπάλα για να χτυπήσει το κτήριο; ***Μονάδες 6***

335. Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα, υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος και ακτίνας $R = 20\ \mathrm{cm}$. Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο, ακίνητο σώμα μάζας $M = 1\ \mathrm{kg}$. Ένα δεύτερο σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$, κατά τη διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και συγκρούεται με το σώμα μάζας M. Η κρούση είναι πλαστική. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται μετά την κρούση κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος, χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Να υπολογίσετε:



4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 7**

4.2. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά τη διάρκεια της κυκλικής του κίνησης. **Μονάδες 7**

4.3. Την χρονική διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B. **Μονάδες 6**

4.4. Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και το χρονικό διάστημα για να ακινητοποιηθεί είναι $\Delta t = 0,1\ \mathrm{sec}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα. **Μονάδες 5**

336. Ένα μικρό σώμα, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, δεμένο στο άκρο νήματος, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\frac{m}{s}$. Αν το σώμα έχει μάζα $m_1 = 0,1Kg$, και το μήκος του νήματος είναι ίσο με $\ell = \frac{1}{\pi}m$, να προσδιορίσετε:

4.1. την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής τροχιάς του σώματος, ***Μονάδες 6***

4.2. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος και της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται. ***Μονάδες 6***

4.3. Όταν το σώμα εκτελεί μία πλήρη περιστροφή το νήμα κόβεται και αυτό κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο τραπέζι. Στην πορεία του συναντά ένα δεύτερο, ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 0,9Kg$, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος. ***Μονάδες 6***

4.4. Να προσδιορίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος, εξαιτίας της κρούσης του με το δεύτερο σώμα μάζας m_2. ***Μονάδες 7***

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

337. Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100\mu C$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q = 1\mu C$ και μάζα $m = 10gr$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r = 0,1m$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\ ^m/_S$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q.

4.1. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το φορτίο q. ***Μονάδες 6***

4.2. Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων. ***Μονάδες 6***

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q, όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση. ***Μονάδες 6***

4.4. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q. ***Μονάδες 7***

Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά$K_C = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}$

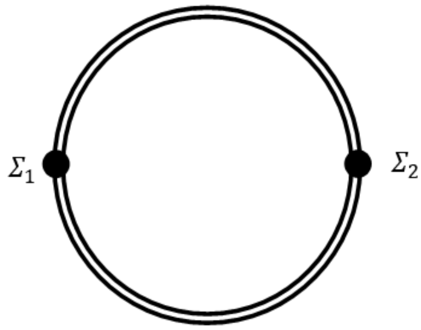
338. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_o = 10\frac{m}{s}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο Ο ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\ Kg$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2. ***Μονάδες 6***
4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων. ***Μονάδες 6***
4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\ s$. ***Μονάδες 6***
4.4. Τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος. ***Μονάδες 7***

339. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_o = 30\frac{m}{s}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1, σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1. ***Μονάδες 6***
4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2, τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$. ***Μονάδες 6***
4.3. Την ταχύτητα $\vec{v}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$. ***Μονάδες 6***
4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 4) και τη μεταβολή της ορμής του μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 3). ***Μονάδες 7***

340. Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$ και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1\ \mathrm{g}$ μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3\ \mathrm{m}$, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

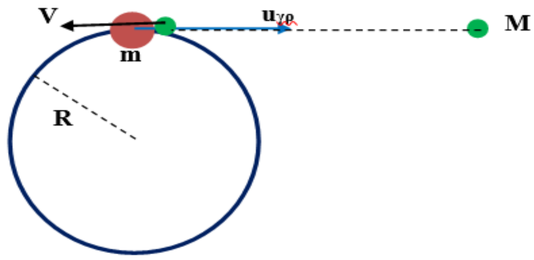


4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων. **Μ.6**
4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο. **Μονάδες 6**
Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $v_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.
4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο; **Μονάδες 7**
4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $v_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. **Μονάδες 6**
Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

341. Ένα σώμα μάζας m=1,2 kg κινείται πάνω σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=0,2m. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα έχει μέτρο ΣF=600 N και κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Να υπολογίσετε:

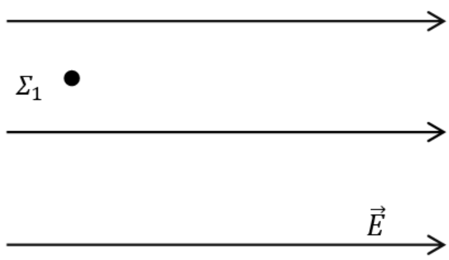
4.1. Την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος. ***Μονάδες 4***
4.2. Την γωνιακή ταχύτητα του σώματος. ***Μονάδες 6***

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει, σε χρόνο ίσο με το χρόνο κίνησης δεύτερου σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και αποκτά ταχύτητα υ=54 m/s έχοντας επιτάχυνση α=12m/s^2. ***Μονάδες 7***



4.4. Το δεύτερο σώμα μάζας M=m/2 συγκρούεται τελικά με το πρώτο σώμα σε κάποιο σημείο της κυκλικής τροχιάς του, έχοντας ταχύτητα V με κατεύθυνση αντίρροπη της γραμμικής ταχύτητας του του πρώτου σώματος τη στιγμή της κρούσης. Αν η κρούση είναι πλαστική, να υπολογίσετε την ταχύτητα V του σώματος μάζας M ώστε το συσσωμάτωμα να έχει μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση. ***Μονάδες 8***

342. Σωματίδιο Σ_1 μάζας $m = 10^{-3}$ kg και φορτίου $q = 10^{-5}$ C αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3$ N/C. Το σωματίδιο μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του σωματιδίου όταν αυτό έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m. **Μονάδες 8**

4.2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σωματίδιο και της τελικής του θέσης (μετά από $d = 20$ m). **Μονάδες 4**

Όταν το σωματίδιο Σ_1 διανύσει την απόσταση $d = 20$ m, συναντά δεύτερο σωματίδιο Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά.

4.3. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σωματιδίου δεδομένου ότι κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου Σ_1. **Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σωματίδιο, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1 (όταν το σωματίδιο Σ_1 έχει διανύσει και πάλι την απόσταση $d = 20$ m), το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1. **Μονάδες 7**

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

343. Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου; ***Μονάδες 6***

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$; ***Μονάδες 6***

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$; ***Μονάδες 6***

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$; ***Μ. 7***

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_\Gamma = 6400 km$.

344. Δορυφόρος μάζας $\mathrm{m} = 2000$ Kg, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1} = 192 \cdot 10^5$ m από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:

4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη. ***Μονάδες 6***

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου. ***Μονάδες 7***

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$. ***Μονάδες 6***

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $\mathrm{m_1} = 4000$ Kg, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000$ m/s και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης. ***Μον.6***

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_\Gamma} = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o} = 10$ m/s^2.

345. Διαστημικό όχημα μάζας $\mathrm{M} = 6\mathrm{tn}$ κατευθύνεται προς τη Γη μεταφέροντας σεληνάκατο μάζας $\mathrm{m}= 1\mathrm{tn}$. Σε απόσταση $\mathrm{r}_1 = 4 \cdot \mathrm{R}_\Gamma$ από το κέντρο της, η ταχύτητα του οχήματος είναι $\mathrm{u}_1 = 6 \cdot 10^3 \mathrm{m/s}$.
4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του οχήματος όταν βρεθεί σε απόσταση $\mathrm{r}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, χωρίς τη χρήση πυραύλων. ***Μονάδες 6***
Στην παραπάνω θέση απόστασης r_2 από την επιφάνεια της Γης, απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα) και αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς τη βοήθεια ανασχετικών πυραύλων.
4.2. Ποια η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου; ***Μονάδες 6***
4.3. Με ποια ταχύτητα η σεληνάκατος θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης; ***Μονάδες 6***
4.4. Αν κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του διαστημικού οχήματος προς τη Γη λειτουργούν οι ανασχετικοί πύραυλοι, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων ώστε να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα. ***Μονάδες 7***
Θεωρείστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και την ελκτική δύναμη μεταξύ διαστημικού οχήματος και σεληνακάτου. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m}/s^2$, η ακτίνα της Γης: $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{68} = 8{,}25$.

346. Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1{,}25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:
4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος. ***Μονάδες 6***
4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1; ***Μονάδες 6***
4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ; ***Μονάδες 6***
4.4. Ποια η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας στη διάρκεια της οριζόντιας βολής; ***Μονάδες 7***
Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

347. Διαστημικό όχημα μάζας M εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρουu_0. Όταν το όχημα βρεθεί σε ύψος $h = 2R_\Gamma$, ένας εκρηκτικός μηχανισμός το διαχωρίζει ακαριαία σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = \frac{2\cdot M}{3}$ και $m_2 = \frac{M}{3}$ αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη, το σώμα μάζας m_2 κινείται κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα μέτρου u_2 . Ενώ, το σώμα μάζας m_1 αποκτά την ελάχιστη ταχύτητα που χρειάζεται ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.
4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_1 που αποκτά το σώμα m_1 μετά την έκρηξη. ***Μονάδες 6***
4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα στο ύψος $h = 2R_\Gamma$, λίγο πριν την έκρηξη. ***Μονάδες 6***
4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2 με την οποία φτάνει το σώμα m_2 στην επιφάνεια της Γης. ***Μονάδες 6***
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το όχημα από την επιφάνεια της Γης. ***Μον. 7***
Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_\Gamma = 6400km$, $\sqrt{42{,}66} = 6{,}53$, $\sqrt{85{,}33} = 9{,}24$, $\sqrt{104{,}25} = 10{,}21$.

348. Ένας πύραυλος μάζας m=1200 kg εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα u_0=100m/s κατακόρυφα προς τα πάνω. Κάποια στιγμή φθάνει στο ανώτερο σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία. Εκείνη τη στιγμή εκρήγνυται σε 3 κομμάτια Α, Β και Γ. Το κομμάτι Α μάζας m_1=m/3 αποκτά οριζόντια ταχύτητα υ_A=30 m/s, ενώ το κομμάτι Β, μάζας m_B=500 kg, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι για όλες τις κινήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, παραμένει σταθερή και ότι δεν υπάρχει ατμόσφαιρα. Να υπολογίσετε:
4.1. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος. ***Μονάδες 5***
4.2. Την ταχύτητα του κομματιού Γ, αμέσως μετά την έκρηξη. ***Μονάδες 5***
4.3. Σε ποια θέση θα προσγειωθεί το κομμάτι Α ως προς το σημείο της έκρηξης. ***Μονάδες 7***
4.4. Πόσο απέχουν τα κομμάτια Α και Γ την στιγμή t=3s μετά την έκρηξη. ***Μονάδες 8***

349. Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ = 6.400km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου. ***Μον. 5***

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή. ***Μονάδες 6***

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου. ***Μονάδες 6***

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα. ***Μονάδες 8***

350. Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης $R_Γ$. Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από το οποία το ένα, μάζας m_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη - σε αντίθετη, όμως, από την αρχική φορά της κίνησής του - ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει μόλις από την έλξη της Γης.

4.1. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο ίσο με g_o, να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας $υ$, με την οποία κινείται ο δορυφόρος στο ύψος $h = R_Γ$. ***Μονάδες 5***

4.2. Να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής του κομματιού μάζας m_1 του δορυφόρου, που παραμένει στην κυκλική τροχιά. ***Μονάδες 5***

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο του μέτρου της ταχύτητας διαφυγής του κομματιού μάζας m_2 προς το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης. ***Μονάδες 7***

4.4. Να προσδιορίσετε τον λόγο των μαζών των δύο κομματιών m_1 και m_2. ***Μονάδες 8***

351. Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας m=100kg κινούνται σε ύψος $h=3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή t=0 από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους. ***Μονάδες 6***

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους. ***Μονάδες 6***

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν. ***Μονάδες 6***

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης. ***Μονάδες 7***

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400Km και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης $g_0=10\,\mathrm{m}/\mathrm{s}^2$.
Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρούόμενες σφαίρες.

352. Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6\cdot10^6\ m$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3{,}6\cdot10^{14}\ Nm^2/kg$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης. **Μονάδες 6**

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος *R* από την επιφάνειά του. **Μονάδες 7**

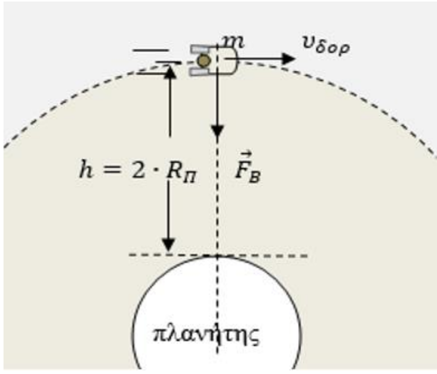
4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη. **Μονάδες 6**

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4\cdot10^7\ m$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000$ *kg,* ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη. **Μονάδες 6**

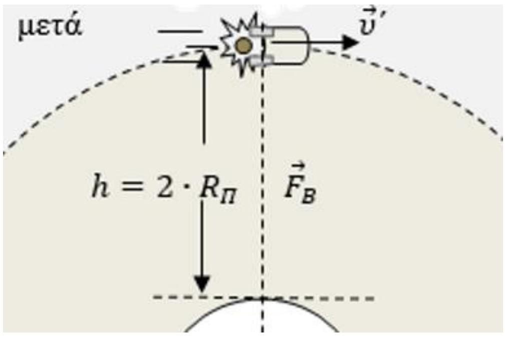
Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{3} = 0{,}55$, 24π/55=1.4. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

353. Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_\Pi = \frac{M_\Gamma}{3}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης και ακτίνα $R_\Pi = R_\Gamma$, όπου R_Γ η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας m, έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος $h = 2 \cdot R_\Pi$ από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη. ***Μονάδες 7***

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος. ***Μονάδες 6***

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900\ \mathrm{kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος; ***Μονάδες 6***

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη. ***Μονάδες 6***

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

354. Δύο σφαιρικοί πλανήτες Π_1 και Π_2 με μάζες M_1 και $M_2 = 9 \cdot M_1$ έχουν ακτίνες $R_1 = 10^5 m$ και $R_2 = 10 \cdot R_1$ αντίστοιχα. Τα κέντρα των δύο πλανητών απέχουν απόσταση $\ell = 40 \cdot R_1$. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Π_1 στην επιφάνειά του έχει μέτρο $g_{0,1} = 6 \frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση Χ, από το κέντρο του πλανήτη Π_1, του σημείου Σ της διακέντρου των δύο πλανητών στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν. ***Μονάδες 6***

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ. ***Μονάδες 6***

4.3. Την ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\ Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1. ***Μονάδες 8***

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2. ***Μ. 5***