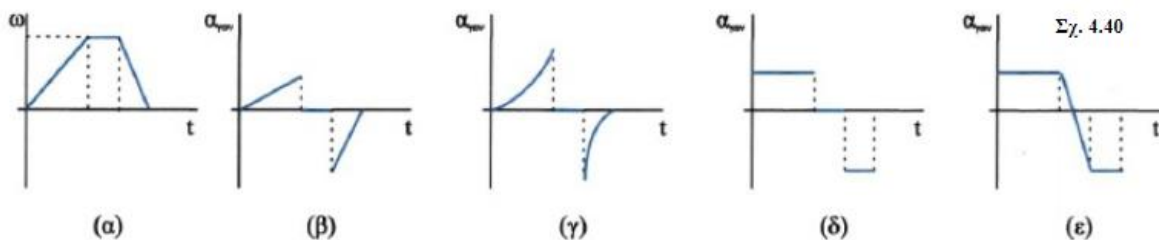


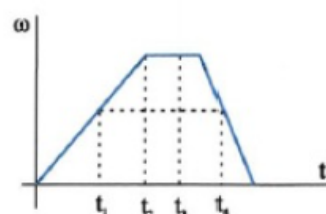
Κινηματική της περιστροφής

4.1 Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ενός τροχού μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο σχ. 4.40α. Ποιο από τα διαγράμματα β, γ, δ, ε παριστάνει τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με το χρόνο;



4.2 Ένα σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση. Ποια είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;

4.3 Ένας δίσκος στέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.41. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;



Σχ. 4.41

- α) Η γωνιακή επιτάχυνση το χρονικό διάστημα $t_1 t_2$ αυξάνεται.
- β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 είναι μικρότερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1 .
- γ) Τη χρονική στιγμή t_1 το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει τη χρονική στιγμή t_4 .
- δ) Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση έχει μέτρο μεγαλύτερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1 .

4.4 Ένα στερεό στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Θεωρήστε δύο στοιχειώδεις μάζες του σώματος σε διαφορετικές αποστάσεις από τον άξονα περιστροφής. Ποια από τα μεγέθη α) γραμμική ταχύτητα β) γωνιακή ταχύτητα γ) γωνιακή επιτάχυνση και δ) κεντρομόλος επιτάχυνση, έχουν την ίδια τιμή για τις δύο μάζες;

4.5 Είναι δυνατό ένα σώμα να έχει, μια χρονική στιγμή, γωνιακή ταχύτητα μηδέν και γωνιακή επιτάχυνση διαφορετική από μηδέν;

4.6 Ένα στερεό κάνει σύνθετη κίνηση. Υπάρχει κάποιο σημείο του στερεού, έξω από τον άξονα περιστροφής του, που έχει πάντα την ίδια ταχύτητα με το κέντρο μάζας; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

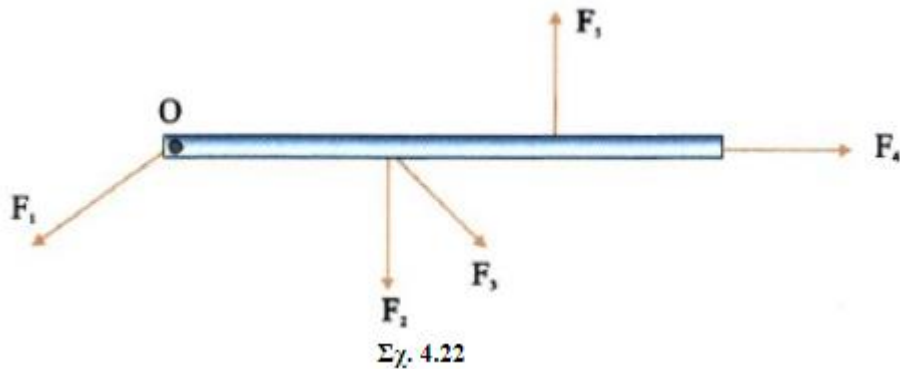
Ροπή - ισορροπία στερεού

4.7 Συμπληρώστε τα κενά:

Η ροπή δύναμης ως προς σημείο έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί, διεύθυνση που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από και φορά που ορίζεται από

4.8 Τα λεωφορεία και τα μεγάλα φορτηγά έχουν τιμόνι μεγάλης διαμέτρου. Τι εξυπηρετεί αυτό;

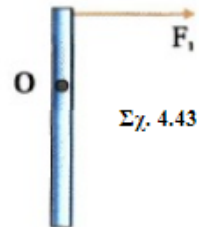
4.9 Στη ράβδο του σχήματος 4.42 ασκούνται πέντε ομοεπίπεδες δυνάμεις του ίδιου μέτρου. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο των δυνάμεων. Να κατατάξετε τις δυνάμεις κατά τη σειρά με την οποία το μέτρο της ροπής τους ως προς τον άξονα αυτόν αυξάνεται.



Σχ. 4.22

4.10 Η ράβδος του σχήματος 4.43 είναι κατακόρυφη και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο O. Στο ένα άκρο της ράβδου ασκείται η οριζόντια δύναμη F_1 . Για να μη στρέφεται η ράβδος ασκούμε οριζόντια δύναμη F_2 στο άλλο άκρο της.

- α) Ποια πρέπει να είναι η κατεύθυνση της F_2 ;
 β) Συγκρίνετε τα μέτρα των F_1 και F_2 .



Σχ. 4.43

4.11 Στο σχήμα 4.44 φαίνεται μια οριζόντια ράβδος που μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο O. Στα δύο άκρα της ράβδου ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 κάθετες σε αυτήν. Η ράβδος παραμένει ακίνητη. Η απόσταση της δύναμης F_1 από τον άξονα περιστροφής είναι ίση με τα $2/3$ του μήκους της ράβδου.



Σχ. 4.44

Το μέτρο της δύναμης F_2 είναι

- α) $F_1/2$ β) $2F_1/3$ γ) $F_1/3$ δ) $2F_1$ ε) $3F_1/2$ στ) $3F_1$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Στροφορμή - διατήρησης της στροφορμής

4.23 Η στροφορμή ενός συστήματος σωμάτων δε μεταβάλλεται όταν

- α) η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.
 β) τα σώματα κάνουν μόνο περιστροφική κίνηση,
 γ) οι άξονες περιστροφής των σωμάτων είναι σταθεροί,
 δ) το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.

Επιλέξτε το σωστό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κινηματική του στερεού

4.32 Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που στρέφεται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.53. Ποια είναι η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού; Ποια χρονική στιγμή η γωνιακή ταχύτητα του τροχού θα έχει τιμή 20 rad/s ;

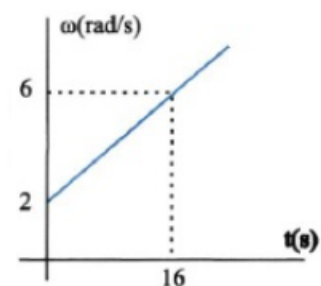
[Απ: $0,25 \text{ rad/s}^2$, 72 s]

4.33 Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα 20 m/s . Οι τροχοί του έχουν ακτίνα 40 cm . Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα με την οποία τρέφονται.

[Απ: 50 rad/s]

4.34 Ένα όχημα, οι τροχοί του οποίου έχουν ακτίνα $r = 40 \text{ cm}$, κινείται με επιτάχυνση 2 m/s^2 . Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα των τροχών του;

[Απ: 5 rad/s^2]



Σχ. 4.53

4.35 Ένας δίσκος ακτίνας 8 cm κυλιέται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του δίσκου είναι 5 m/s . Υπολογίστε:

- α) την ταχύτητα με την οποία κινείται το ανώτερο σημείο του δίσκου.
 β) τη συχνότητα με την οποία στρέφεται.

[Απ: 10 m/s , $9,9 \text{ Hz}$]

4.36 Τη χρονική στιγμή μηδέν το κέντρο ενός τροχού, ακτίνας $R=20 \text{ cm}$, που κυλιέται, έχει ταχύτητα $v_0 = 8 \text{ m/s}$. Η ταχύτητα του τροχού μηδενίζεται

αφού διανύσει απόσταση $x=20\text{ m}$.

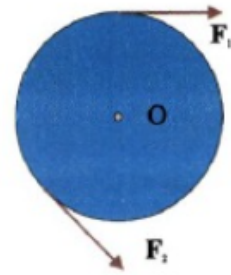
Ποια είναι η γωνιακή επιβράδυνσή του, αν θεωρήσουμε ότι είναι σταθερή στη διάρκεια της κίνησης;

[Απ: 8 rad/s^2]

Ροπή δύναμης

4.37 Ένας εργάτης, για να σφίξει μια βίδα, χρησιμοποιεί κλειδί μήκους 20 cm . Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να ασκήσει ο εργάτης είναι 200 N . Ποια είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να ασκήσει; Πώς πρέπει να ασκηθεί η δύναμη ώστε η ροπή να είναι μέγιστη;

[Απ : 40 N m]



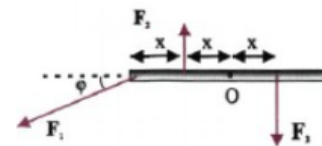
Σχ.4.54

4.38 Ο τροχός του σχήματος 4.54 έχει ακτίνα $R=0,5\text{ m}$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του O και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Στον τροχό ασκούνται εφαπτομενικά οι δυνάμεις $F_1=20\text{ N}$ και $F_2=30\text{ N}$. Ποια είναι η συνολική ροπή που δέχεται ο τροχός;

[Απ : 5 N m]

4.39 Η ράβδος του σχήματος 4.55 έχει αμελητέο βάρος και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο O και είναι κάθετος σ' αυτή. Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 20\text{ N}$, $F_2 = 2\text{ N}$ και $F_3=10\text{ N}$. Να υπολογίσετε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο ως προς το σημείο O . Δίνονται: $x=2\text{ m}$ και $\phi = 30^\circ$.

[Απ: 16 Nm]

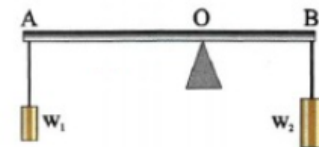


Σχ. 4.54

Ισορροπία στερεού σώματος

4.40 Το βαρούλκο ενός πιγαδιού αποτελείται από τύμπανο ακτίνας $R_1=20\text{ cm}$, στο οποίο είναι προσαρμοσμένη χειρολαβή, μήκους $R_2=0,5\text{ m}$. Όταν στρέφεται η χειρολαβή, το σκοινί τυλίγεται στο τύμπανο και έλκει φορτίο (κουβάς με νερό) βάρους 150 N . Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στη χειρολαβή ώστε να ανεβάνει το φορτίο.

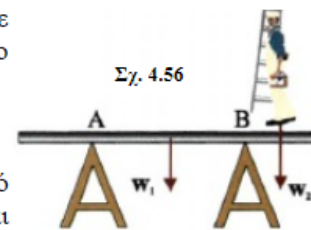
[Απ : 60 N]



Σχ. 4.55

4.41 Από τα άκρα A και B αβαρούς ράβδου, μήκους $l=2\text{ m}$, κρέμονται με σκοινιά δύο βάρη $w_1=200\text{ N}$ και $w_2=300\text{ N}$ (σχ. 4.56). Σε ποιο σημείο πρέπει να στηριχτεί η ράβδος για να ισορροπεί οριζόντια;

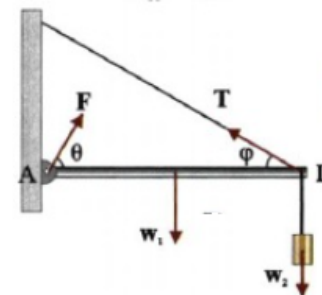
[Απ : $1,2\text{ m}$ από το άκρο A]



Σχ. 4.56

4.42 Ο ελαιοχρωματιστής του σχήματος 4.57 στέκεται πάνω σε δοκό μήκους $l=4\text{ m}$ και βάρους $w_1=150\text{ N}$. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία A και B που απέχουν το καθένα 1 m , από τα άκρα της. Το βάρος του ελαιοχρωματιστή είναι $w_2=700\text{ N}$. Σε πόση απόσταση από τις άκρες μπορεί να σταθεί ο ελαιοχρωματιστής χωρίς να ανατραπεί η δοκός;

[Απ : 79 cm]



Σχ. 4.57

4.43 Ομογενής δοκός $ΑΓ$ με μήκος l και βάρος $w_1=100\text{ N}$ ισορροπεί οριζόντια (σχ. 4.58). Το άκρο A της δοκού συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της $Γ$ συνδέεται με τον τοίχο με σκοινί που σχηματίζει γωνία $\phi=30^\circ$ με τη δοκό. Στο άκρο $Γ$ κρέμεται με σκοινί σώμα βάρους $w_2=40\text{ N}$. Υπολογίστε την τάση του σκοινιού και τη δύναμη που δέχεται η δοκός από τον τοίχο.

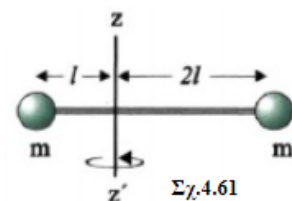
[Απ : $T = 180\text{ N}$, $F=163,7\text{ N}$, $\epsilon\phi\theta=0,32$]

Στροφορμή - αρχή διατήρησης της στροφορμής

4.47 Δύο σφαίρες, που η καθεμιά έχει μάζα $m=100\text{ g}$ συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή ράβδο, όπως στο σχήμα 4.61. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα $\omega=16\text{ rad/s}$, γύρω από τον κατακόρυφο άξονα $z'z$. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του συστήματος.

Δίνεται $l = 0,8\text{ m}$

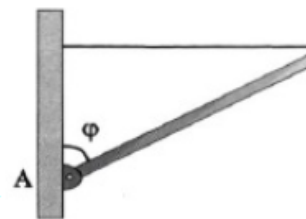
[Απ: $5,12\text{ kg m}^2/\text{s}$]



Σχ.4.61

4.56 Ομογενής δοκός ΑΓ μήκους l και βάρους $w=100\text{ N}$ ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 4.64. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σκοινί και από την άρθρωση Α. Δίνεται $\varphi=60^\circ$.

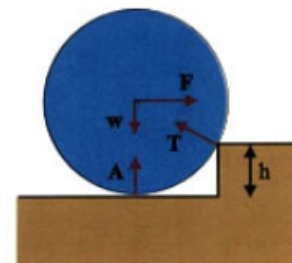
[Απ: $T = 50\sqrt{3}\text{ N}$, $F = 50\sqrt{7}\text{ N}$, $\varepsilon\varphi\theta = 2\sqrt{3}/3$]



Σχ. 4.64

4.57 Το εμπόδιο στο σχήμα 4.65 έχει ύψος h και ο τροχός ακτίνα R και βάρος w . Για ποιες τιμές της οριζόντιας δύναμης F ο τροχός θα υπερπηδήσει το εμπόδιο.

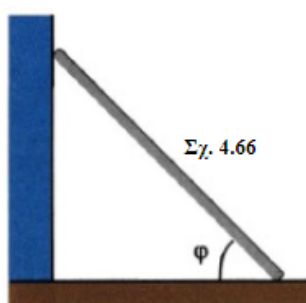
[Απ: $F > w \frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$]



Σχ.4.65

4.58 Ομογενής σκάλα μπορεί να ισορροπήσει στηριζόμενη στο έδαφος και στον τοίχο (σχ. 4.66) μόνο όταν η γωνία φ που σχηματίζει με το έδαφος είναι μεγαλύτερη των 30° . Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής στατικής τριβής της σκάλας με το οριζόντιο επίπεδο. Θεωρήστε αμελητέα την τριβή ανάμεσα στη σκάλα και τον τοίχο.

[Απ: $\sqrt{3}/2$]



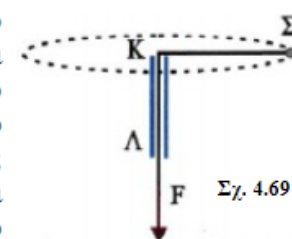
Σχ. 4.66

4.59 Ο πίσω τροχός ενός ποδηλάτου έχει ακτίνα $R=0,30\text{ m}$ και μάζα 1 kg . Ο τροχός στρέφεται με συχνότητα 100 στροφές ανά λεπτό - χωρίς να έρχεται σε επαφή με το έδαφος. Χρησιμοποιώντας το φρένο ακινητοποιούμε τον τροχό σε 5 s . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης στην επαφή τροχού - φρένου, είναι $\pi/5$. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί το φρένο στον τροχό. (Θεωρήστε ότι το φρένο έρχεται σε επαφή με τον τροχό μόνο από τη μια του πλευρά και ότι η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρεια του).

[Απ: 1 N]

4.64 Το σφαιρίδιο Σ του σχ. 4.69 έχει μάζα 200 g και διαγράφει κύκλο ακτίνας 30 cm με γωνιακή ταχύτητα 40 rad/s . Το σκοινί στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΑ. Ποιο είναι το έργο της δύναμης F που πρέπει να ασκήσουμε στην ελεύθερη άκρη του σκοινιού μέχρις ότου η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου Σ γίνει 15 cm ; (Θα θεωρήσετε ότι σ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου το σκοινί είναι οριζόντιο και ότι δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ του σκοινιού και του σωλήνα).

[Απ: $43,2\text{ J}$]



Σχ. 4.69