

ΚΕΦ 1. ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση

1.1 Ένα σώμα δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατήριου του οποίου η άλλη άκρη είναι στερεωμένη ακλόνητα, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Εάν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης, ποια από τα μεγέθη

- α) συχνότητα
- β) μέγιστη ταχύτητα u_{\max}
- γ) μέγιστη επιτάχυνση a_{\max}
- δ) σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
- ε) ενέργεια της ταλάντωσης

θα μεταβληθούν;

1.2 Ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση βρίσκεται τη χρονική στιγμή μηδέν στη θέση ισορροπίας. Ποια είναι η αρχική φάση της ταλάντωσης του; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. Αν γνωρίζουμε τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή μηδέν, μπορούμε πάντα να υπολογίσουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης του ή πρέπει να γνωρίζουμε και την κατεύθυνση προς την οποία κινείται;

1.3 Ποια από τις επόμενες σχέσεις ανάμεσα στη συνολική δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα και στη θέση x του σώματος αναφέρεται σε μία απλή αρμονική ταλάντωση;

- α) $F=10x$
- β) $F=-100x^2$
- γ) $F=-5x$
- δ) $F=50x^2$

1.4 Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

- α) Σε ποιες θέσεις η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η συνολική δύναμη είναι: 1) μηδέν; 2) μέγιστη;
- β) Σε ποιες θέσεις η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

1.5 Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στον επόμενο πίνακα ο οποίος αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος.

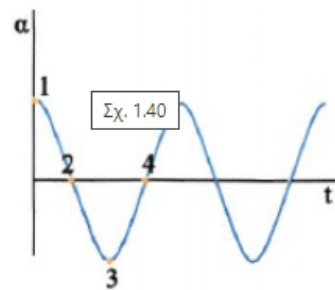
x	U	K
0		
x_1	3J	2J
x_2	4J	
A		

1.6 Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης ($x = A$). Ποια χρονική στιγμή

- α) θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας;
- β) θα φτάσει πρώτη φορά στη θέση $x = -A$;
- γ) θα περάσει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας;

1.7 Το διάγραμμα του σχήματος 1.40 παριστάνει την επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

- α) Ποιο σημείο του διαγράμματος αντιστοιχεί σε απομάκρυνση $-A$;
 β) Στο σημείο 4 του διαγράμματος η ταχύτητα της ταλάντωσης είναι θετική, αρνητική ή μηδέν;
 γ) Σε ποια απομάκρυνση αντιστοιχεί το σημείο 4 του διαγράμματος;



Σχ. 1.40

1.8 Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων Α και Β ισορροπούν δύο σώματα με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα ($m_A > m_B$). Στην κατάσταση αυτή τα δύο ελατήρια έχουν την ίδια επιμήκυνση. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Το σύστημα Α- m_A έχει ενέργεια

- α) ίση με την ενέργεια που έχει το σύστημα Β- m_B
 β) μεγαλύτερη από την ενέργεια του συστήματος Β- m_B
 γ) μικρότερη από την ενέργεια του συστήματος Β- m_B

Φθίνουσα, ελεύθερη και εξαναγκασμένη ταλάντωση. Συντονισμός.

1.17 Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια ταλάντωση είναι

- α) θετικό αν το ταλαντούμενο σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση,
 β) πάντα θετικό,
 γ) πάντα αρνητικό.

Επιλέξτε το σωστό.

1.18 Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης

- α) παραμένει σταθερή.
 β) μειώνεται με σταθερό ρυθμό.
 γ) μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
 δ) αυξάνεται.

Επιλέξτε το σωστό.

1.19 Ένας ταλαντωτής τη στιγμή t_1 έχει ενέργεια E και πλάτος ταλάντωσης A . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t_2 , που το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο μισό, είναι

- α) $E/2$; β) $E/4$; γ) $3E/4$;

Επιλέξτε το σωστό.

1.21 Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- α) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.
 β) Η συχνότητα ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.
 γ) Το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
 δ) Η ενέργεια που χάνεται λόγω των αποσβέσεων αναπληρώνεται από το διεγέρτη.

1.22 Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά το συντονισμό

- α) Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι μέγιστη.
 β) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.
 γ) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι μέγιστο.
 δ) Το ταλαντούμενο σύστημα δε χάνει ενέργεια.

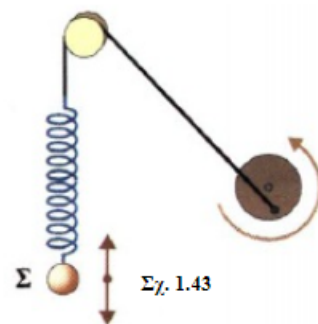
Επιλέξτε τα σωστά.

1.23 Το σώμα του σχήματος 1.43 κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση. Διαπιστώθηκε ότι όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές $f_1=2\text{Hz}$

και $f_2=6\text{Hz}$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει

- α) $f_0 < f_1$
- β) $f_1 < f_0 < f_2$
- γ) $f_0 > f_2$

Επιλέξτε το σωστό.

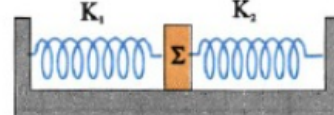


1.24 Να αποδείξετε ότι αν το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\lambda t}$ οι τιμές A_1, A_2, A_3, \dots του

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση

1.27 Κάθε ελατήριο στο σχήμα 1.44 έχει το ένα άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο και το άλλο του άκρο προσδεμένο στο σώμα Σ. Οι σταθερές των δύο ελατηρίων είναι $K_1=120\text{N/m}$ και $K_2=80\text{N/m}$. Το σώμα Σ, έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Να αποδείξετε ότι η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα Σ, αν εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων είναι απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.



Σγ. 1.44

[Απ: $T=0,2\pi$ s]

1.28 Σώμα μάζας $m=2$ kg κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A=0,5$ m. Όταν το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας του $x_1=0,3\text{m}$ η ταχύτητά του είναι $v_1=4\text{m/s}$

- α) Υπολογίστε τη σταθερά D της ταλάντωσης.
- β) Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομακρυσή του από τη θέση ισορροπίας είναι $x_2=0,4$ m.

[Απ: α) $D=200\text{N/m}$ β) $v=3\text{m/s}$]

1.29 Στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου κρέμεται σώμα άγνωστης μάζας. Η επιμήκυνση του ελατηρίου, όταν το σώμα ισορροπεί είναι $\Delta l=2,5\text{cm}$. Να υπολογίσετε την περίοδο της κατακόρυφης ταλάντωσης που θα κάνει το σώμα, αν το απομακρύνουμε κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας του και το αφήσουμε ελεύθερο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

[Απ: 0,314s]

Φθίνουσες και εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

1.32 Σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της οποίας μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\lambda t}$. Τη στιγμή $t=0$ η ταλάντωση είχε πλάτος $A_0=32\text{cm}$ ενώ τη στιγμή $t_1=10\text{s}$ το πλάτος γίνεται $A_1=16\text{cm}$. Ποια χρονική στιγμή το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι $A=1$ cm .

[Απ: 50s]

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.38 Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K=100$ N/m, ή άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, ισορροπεί σώμα μάζας $m=1$ kg. Το σώμα απομακρύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d=5$ cm από τη θέση ισορροπίας του και τη στιγμή μηδέν αφήνεται ελεύθερο. Να υπολογίσετε:

- α) τη συχνότητα της ταλάντωσης που θα εκτελέσει,
- β) την αρχική φάση στην ταλάντωσή του.
- γ) τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά κατά την κίνησή του
- δ) τη μέγιστη επιτάχυνση που έχει.
- ε) τη μέγιστη δύναμη που δέχεται από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

[Απ: α) $5/\pi$ Hz β) $\pi/2$ ή $3\pi/2$ γ) $0,5$ m/s δ) 5 m/s² ε) 15 N]

1.39 Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=20$ cm με περίοδο $T=10$ s. Τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας. Να υπολογιστεί επί πόσο χρόνο (μέχρι να επιστρέψει στη θέση ισορροπίας) η απομάκρυνση του θα είναι μεγαλύτερη από $x=10$ cm.

[Απ: $10/3$ s]

1.40 Ο εμπρόςθιος προφυλακτήρας ενός αυτοκινήτου συμπεριφέρεται σαν ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=25 \times 10^5$ N/m.

α) Η μάζα του οχήματος, μαζί με τους επιβάτες του είναι $M=1000$ kg. Το αυτοκίνητο συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο εμπόδιο, ενώ κινείται με ταχύτητα $v=18$ km/h. Υπολογίστε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου -προφυλακτήρα- καθώς και τη χρονική διάρκεια της συσπείρωσης.

β) Ένας επιβάτης έχει μάζα $m=60$ kg. Υπολογίστε τη μέγιστη οριζόντια δύναμη που πρέπει να δεχτεί από τη ζώνη πρόσδεσης, ώστε να μην εκτιναχτεί από το κάθισμα κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.

Σημείωση: Θα θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης οι τριβές και οι αντιστάσεις είναι αμελητέες και ότι ο κινητήρας του οχήματος δε λειτουργεί.

[Απ: α) $0,1$ m, $\pi/100$ s, β) 15×10^3 N]

1.41 Ακίνητο σώμα μάζας $M=100$ g βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=300$ N/m, ή άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Βλήμα μάζας $m=20$ g, που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $v=30$ m/s, συγκρούεται με το σώμα M και σφηνώνεται σε αυτό. Να υπολογίσετε:

α) την κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα αμέσως μετά τη σύγκρουση.

β) το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

γ) σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της σύγκρουσης το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

[Απ: 5 m/s, $0,1$ m, $3,14 \times 10^{-2}$ s]

1.46 Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m. Το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του και τα σώματα ισορροπούν. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά $A=40$ cm και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα. Να βρείτε:

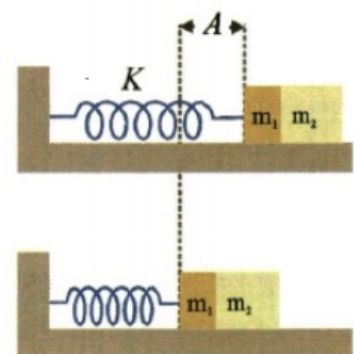
α) τη θέση στην οποία θα αποχωρισθεί το Σ_2 από το Σ_1 .

β) το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ_1 αφού αποχωρισθεί από το Σ_2 .

γ) την απόσταση των σωμάτων όταν η ταχύτητα του Σ_1 μηδενίζεται για πρώτη φορά.

Δίνονται οι μάζες των σωμάτων $m_1=1$ kg και $m_2=3$ kg αντίστοιχα.

[Απ: (α) στη θέση ισορροπίας (β) 20 cm, (γ) $11,4$ cm]



Σχ. 1.45

1.47 Κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά $K = 100\text{N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1\text{kg}$, που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 βρίσκεται πάνω από το πρώτο σε άγνωστο ύψος h . Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $l = 2\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα.

α) Από ποιο ύψος h πρέπει να αφηθεί το Σ_2 ώστε να συναντήσει το Σ_1 στη θέση ισορροπίας του;

β) Ποια είναι η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που συγκρούονται;

γ) Αν η χρονική διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και το κάθε σώμα αποκτά μετά την κρούση ταχύτητα αντίθετη από αυτή που είχε πριν συγκρουστεί, να υπολογίσετε το χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2 \approx 10$

[Απ: $0,125\text{m}$, 2m/s , $1,57\text{m/s}$, $0,314\text{s}$]

1.48 Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 0,3\text{kg}$ αναρτάται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν το σώμα ισορροπεί η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $0,25\text{m}$. Δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 0,45\text{kg}$, βάλλεται κατακόρυφα από το έδαφος και στην πορεία του συναντάει το Σ_1 και συγκρούεται με αυτό. Το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την κρούση φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

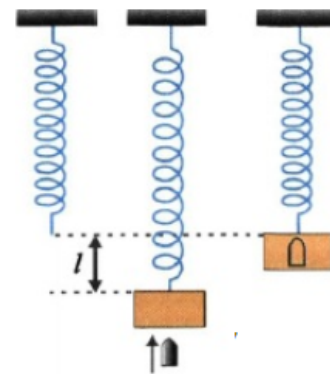
α) Ποια είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

β) Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα κατά την κάθοδο του;

γ) Μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που το συσσωμάτωμα φτάνει στην ανώτερη θέση, η ταχύτητα του γίνεται, για πρώτη φορά, μέγιστη;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

[Απ: 2m/s , $2,5\text{m/s}$, $0,4\text{s}$]



Σχ. 1.46